



Analyse physique du transport sédimentaire et morphodynamique des dunes

Lucie Guignier

► To cite this version:

Lucie Guignier. Analyse physique du transport sédimentaire et morphodynamique des dunes. Science des matériaux [cond-mat.mtrl-sci]. Université de Rennes, 2014. Français. NNT : 2014REN1S095 . tel-01127914

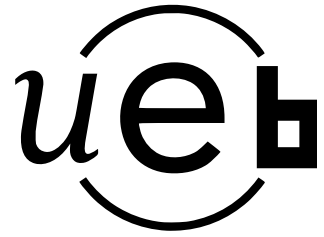
HAL Id: tel-01127914

<https://theses.hal.science/tel-01127914>

Submitted on 9 Mar 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



THÈSE / UNIVERSITÉ DE RENNES 1
sous le sceau de l'Université Européenne de Bretagne

pour le grade de
DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE RENNES 1

Mention : Physique
École doctorale Sciences de la Matière

présentée par
Lucie GUIGNIER

préparée à l'unité de recherche IPR – UMR CNRS 6251
Institut de Physique de Rennes
U.F.R. Sciences et Propriétés de la Matière

Analyse Physique du Transport Sédimentaire et Morphodynamique des Dunes

**Thèse soutenue à Rennes
le 3 novembre 2014**

devant le jury composé de :

Philippe DAVY
Directeur de Recherche -
Géosciences Rennes / *Président*

Thierry GARLAN
Chercheur SHOM - Brest / *Rapporteur*

Philippe GONDRET
Chercheur / *Rapporteur*

Philippe FREY
Chercheur IRSTEA - Grenoble / *Examineur*

Alexandre VALANCE
Directeur de Recherche - Institut de Physique
de Rennes / *Directeur de thèse*

Dimitri LAGUE
Chargé de Recherche CNRS
- Géosciences Rennes / *Co-directeur de thèse*

Les dunes changent sous l'action du vent, mais le désert reste toujours le même.

Paulo Coelho

Remerciements

Je remercie tout d'abord mes directeurs de thèse Alexandre Valance et Dimitri Lague. J'ai apprécié la diversité des travaux que j'ai réalisés avec eux : de la modélisation numérique et théorique, de l'étude de photos satellites du Pérou et des missions de terrain au Mont-Saint-Michel avec barkhanes et moustiques ! Merci à Dimitri pour toutes ses idées pour étudier la morphologie du chenal : de la console de jeux vidéo au scanner de terrain globe-trotter. Merci à Alexandre pour m'avoir fait découvrir le modèle simplifiée de la morphodynamique des dunes et de m'avoir lancée sur ce thème sur lequel j'ai travaillé avec plaisir. L'association de la physique et la géologie tout au long de ce travail m'a beaucoup enrichie. Je les remercie tous les deux pour leurs conseils, l'autonomie qu'ils m'ont laissée ainsi que la confiance qu'ils m'ont témoignée pour présenter ces travaux lors de conférences nationales et internationales.

Ce travail n'aurait pas pu avoir lieu sans le financement de la Direction Générale de l'Armement et la Région Bretagne. Je remercie l'Institut de Physique de Rennes et Géosciences Rennes pour m'avoir ouvert leurs portes pendant ces trois ans.

Je tiens à remercier les membres du jury : Thierry Garlan et Philippe Gondret pour leur lecture attentive de mon manuscrit et leurs remarques constructives ; Philippe Davy de me faire l'honneur de présider mon jury de thèse ; ainsi que Philippe Frey d'avoir bien voulu juger ce travail.

Ce travail ne serait pas ce qu'il est sans la contribution des personnels techniques et administratifs. Un grand merci à Alain Faisant pour ses idées lumineuses et les grandes discussions autour du chenal, à Patrick Chasle, toujours disponible, à Loïc Toupet pour ses dépannages efficaces et également à Yvonic Robert, Guillaume Raffy et Jean-Claude Ameline. Je remercie aussi Valérie Ferri, toujours accueillante, Julie Nicolle, Nathalie Chouteau, Anne Amon, Magali Marcault, Emmanuelle Robin et la scolarité des doctorants.

Un grand merci aux chercheurs avec qui j'ai pu échanger régulièrement au cours de ma thèse : Alain Crave, Pascal Dupont, Michel Louge, Anne Mangeney, Philippe

Claudin, Nicolas Le Dantec et Frédéric Jourdin. Je n'oublie pas les non permanents pour les bons moments passés à thésardland et ailleurs : David, Antoine, Mickaël, Thao, Martin, Federico, Dalila, Imen, Duc, Merline, Sébastien, Juliette, Matthieu, Benjamin, John, Gwenaël, Marion, Baudouin, Hugo, Hélène, Sarah. Merci également à François pour sa dextérité dans la réalisation des expériences de déstabilisations de la dune transverse en chenal. Un grand merci aux doctorants et stagiaires hors de l'IPR : Guillaume de l'INSA, Jérôme et Aurélien de Géosciences Rennes.

J'adresse aussi mes remerciements à Catherine Gougeon, pour avoir enrichi mon expérience de la communication scientifique. J'espère que j'ai été un bon sujet d'étude!

Je remercie également toutes les personnes qui m'ont fait confiance et soutenue pour les missions d'enseignements Soraya, Jérôme, Bruno, Véronique, Madani, Jean René, Bryan. Je remercie les membres des départements Milieux Divisés et Matière Molle Hervé, Luc, Sean, Madani, Jérôme, Benjamin, Axelle, Isabelle, Pascal et Laurent pour leurs conseils.

Je remercie bien sûr Lucie, Grégoire, Pauline, Christelle, Antoine, Cédric pour les moments de détente entre amis, ainsi que mes parents pour avoir soutenu mes choix. Merci également à Claire et David, Fabienne et Pascal et bien sûr à Elsa qui m'a accompagnée et soutenue tout au long de cette aventure.

Table des matières

Table des matières	vii
Préface	1
1 Introduction	3
1.1 Structures sédimentaires dans la nature	3
1.1.1 Dunes éoliennes	4
1.1.2 Structures aquatiques	5
1.1.3 Aquatique et éolien	11
1.2 Transport de sédiments	11
1.2.1 Écoulement turbulent	12
1.2.2 Mise en mouvement d'un grain	12
1.2.3 Type de transport de sédiment	13
1.3 Problématiques	17
2 Morphodynamique des dunes	19
2.1 Modélisations des dunes éoliennes	20
2.1.1 Modèles continus	20
2.1.2 Modèles discrets	21
2.1.3 Modèles alternatifs	22
2.2 Position du problème et mise en équations	23
2.2.1 Conditions de flux	24
2.2.2 Taux capture de la dune	24
2.2.3 Transfert latéral de sédiment	27
2.2.4 Équations de conservation	28
2.3 Stabilité linéaire d'une dune transverse rectiligne	31
2.3.1 Solution homogène : la dune transverse	31
2.3.2 Étude de stabilité linéaire	32

2.3.3	Courbe de dispersion	34
2.3.4	Bilan de l'analyse de stabilité	38
2.4	Résolution numérique	46
2.4.1	Méthode de discrétisation	46
2.4.2	Stratégie de résolution	46
2.4.3	Sélection de la longueur d'onde	47
2.4.4	Temps de fragmentation	50
2.4.5	Rôle des non-linéarités	52
2.4.6	Apport de la résolution numérique	52
2.5	Barkhanes	55
2.5.1	Résolution analytique	55
2.5.2	Résolution numérique de la forme stationnaire d'une barkhane	59
2.5.3	Bilan sur les barkhanes	63
2.6	Apport des données de terrain	65
2.6.1	Relation entre paramètres morphologiques et coefficients de transport latéral	65
2.6.2	Choix des données de la bibliographie	67
2.6.3	Analyse des résultats	70
2.6.4	Bilan des données de terrain	76
2.7	Expérimentation en chenal hydraulique	77
2.7.1	Dispositif expérimental	77
2.7.2	Protocole expérimental	79
2.7.3	Dune transverse	79
2.7.4	Barkhane	82
2.7.5	Comparaison entre expériences et modèle	83
2.7.6	Conclusion	84
2.8	Conclusion	85
3	Analyse des modes de transport en présence de formes sédimentaires	87
3.1	Introduction	87
3.2	Matériel et méthode	89
3.2.1	Chenal hydraulique	89
3.2.2	Caractérisation de l'écoulement	91
3.2.3	Régime d'écoulement et de transport	92
3.2.4	Mesure du relief	92
3.2.5	Méthodes d'analyse de la morphologie	98

3.2.6	Mesure du débit de sédiment	101
3.3	Analyse morphologique	106
3.3.1	Types de structures observées	106
3.3.2	Analyse qualitative	107
3.3.3	Évolution de la longueur d'onde et de l'amplitude des dunes . . .	109
3.4	Bilan sédimentaire	114
3.4.1	Érosion en amont	114
3.4.2	Transport global de sédiment	114
3.4.3	Perte de charge dans le chenal	115
3.4.4	Répartition selon les modes de transports	119
3.5	Conclusion	122
Conclusion		125
Notations		129
A Flux transverses		135
B Discrétisation		137
B.1	Méthode de discrétisation	137
B.2	Présence d'un fond non-érodable et conservation du volume	138
B.3	Amplitude des perturbations initiales	140
C Résolution numérique de la forme d'une barkhane stationnaire		143
D Correction du trajet optique du faisceau laser à travers le chenal		147
E Articles		151
E.1	Modèle minimal pour les dunes transverses (Guignier <i>et al.</i> , 2012) . . .	151
E.2	Physical Review E, Sand dunes as migrating strings (Guignier <i>et al.</i> , 2013)	160
Bibliographie		180
Table des figures		183
Table des tableaux		185

Préface

Dans ce manuscrit nous nous intéressons aux structures sédimentaires formées par un écoulement de cisaillement unidirectionnel. Le premier chapitre présente un état des connaissances sur les structures sédimentaires et le transport de sédiment.

Dans le second chapitre, nous étudions la morphodynamique des dunes formées sous un écoulement unidirectionnel et sur un fond plat non érodable. Une modélisation permet l'étude des dunes transverses rectilignes et des barkhanes, avec une approche macroscopique des paramètres physiques d'évolution des dunes.

Le dernier chapitre traite des structures formées à partir d'un fond érodable. Des expériences menées en chenal hydraulique permettent de relier la morphologie du fond sédimentaire et le transport de sédiment.

Chapitre 1

Introduction

Le sable est un matériau abondant à la surface de la Terre. Lorsqu'il est présent en grande quantité, il crée des structures aux formes variées : des dunes des déserts arides aux dunes côtières, en passant par les dunes de rivières et les dunes sous-marines des plateaux continentaux. Ces sujets ont un intérêt d'un point de vue théorique, pratique et esthétique !

Dans cette introduction, nous nous intéressons dans un premier temps à la description des différentes structures sédimentaires dans la nature, à la fois éoliennes et aquatiques. Nous abordons ensuite la problématique du transport de sédiment par un écoulement.

1.1 Structures sédimentaires dans la nature

Pour que des structures sédimentaires se forment, deux ingrédients sont essentiels : un matériau peu cohésif granulaire et l'écoulement d'un fluide. Le matériau granulaire peut être du sable de granulométrie plus ou moins triée, des graviers, des particules de glace ou de glace carbonique. L'eau ou l'air sont des fluides qui mettent ce matériau en mouvement. Les écoulements s'effectuent selon des directions privilégiées, dont la vitesse peut varier, selon les saisons par exemple. Ils peuvent être laminaires ou turbulents. La multiplicité des matériaux et des écoulements conduit à une grande hétérogénéité de formes. La coexistence de matériaux granulaires peu cohésifs et des écoulements de fluides est très répandue. Les plus courantes sur Terre sont celles formées avec du sable, que se soit par le vent dans les déserts arides (Bagnold, 1941; Pye et Tsoar, 1990), ou par l'eau au fond des rivières et au large des côtes (Best, 2005). Des structures formées de neige sont aussi rencontrées en Antarctique. La planète Mars (Belcher *et al.*, 1971;

Bourke *et al.*, 2008) et le satellite de Jupiter Titan (Boubin *et al.*, 2005; Lancaster, 2006) sont également en partie couverts de dunes.

Les dunes et rides éoliennes ont été observées depuis longtemps mais leur étude est reconnue pour avoir commencé par Bagnold dans les années 1940 (Bagnold, 1941).

1.1.1 Dunes éoliennes

En régime éolien, les dunes présentent des morphologies variées décrites ci-dessous.

Barkhanes

Les barkhanes se forment sur un terrain plat non érodable, en présence d'un apport en sédiment limité, d'un vent unidirectionnel et d'une végétation clairsemée ou inexistante. Elles ont une forme caractéristique de croissant et avancent les cornes en avant. Elles perdent du sédiment principalement au niveau de leurs cornes. Elles sont observées isolées ou forment des champs de taille homogène (voir figure 1.1a). Elles ne représentent que 1% de toutes les dunes éoliennes terrestres (Bourke et Goudie, 2009; Wilson, 1973) mais sont très communes sur Mars. Leur morphologie peut varier (Bourke et Goudie, 2009; Long et Sharp, 1964; Parteli et Herrmann, 2007) : selon les conditions locales de vent et de transport de sédiment, des barkhanes de même hauteur n'ont pas nécessairement les mêmes largeur et longueur. L'asymétrie du vent conduit également à l'asymétrie des barkhanes (Bourke, 2010; Parteli *et al.*, 2014).

Dunes transverses

En présence d'un apport en sédiment plus conséquent que dans le cas des barkhanes, et toujours d'un vent unidirectionnel, on observe des dunes transverses. La crête des dunes est alors perpendiculaire à la direction du vent (Burkinshaw *et al.*, 1993; Mulligan, 1988; Parteli *et al.*, 2006; Wiggs, 2001). Cette crête présente des ondulations qui peuvent être très prononcées, et les dunes ressemblent alors à des barkhanes collées les unes aux autres (Parteli *et al.*, 2006) (voir figure 1.1b).

Dunes longitudinales

Les dunes longitudinales sont des dunes formées sous l'action de vents bidirectionnels. La direction des crêtes est alors la direction moyenne donnée par les deux régimes de vent (Tsoar, 1983).

Dunes en étoile

Les dunes en étoile sont formées par des vents multidirectionnels. Elles sont généra-

lement de grande taille et présentent de nombreux bras qui sont des indicateurs des directions des vents principaux (Lancaster, 1989) (voir figure 1.1c).

Dunes paraboliques

Les dunes paraboliques ont également une forme en croissant et sont formées sous l'action d'un vent unidirectionnel. Contrairement aux barkhanes, les dunes paraboliques avancent avec les cornes en amont du corps de la dune. En effet, ce type de dune se forme en présence de végétation qui va fixer les cornes (Reitz *et al.*, 2010; Tsoar et Blumberg, 2002). Le corps de la dune avance alors plus vite que les cornes.

Dunes complexes

Il existe des structures plus complexes formées par des superpositions des dunes exposées précédemment : cohabitation de motifs et structures de différentes tailles superposées (Kocurek et Ewing, 2005). Le relief local influence fortement les dunes (voir figure 1.1d).

Rides éoliennes

Les rides éoliennes ont une longueur d'onde de l'ordre du centimètre au mètre et se superposent aux dunes éoliennes (voir figure 1.2).

1.1.2 Structures aquatiques

Les formes sédimentaires se développent également dans de nombreux milieux aquatiques, des rivières aux océans en passant par les côtes. Dans les rivières, les écoulements sont principalement unidirectionnels et les structures peuvent interagir avec la surface libre entre l'eau et l'air, mais aussi avec le parcours de la rivière. Près des côtes, les vagues, les marées et le découpage côtier influencent fortement la formation des structures. Sur les fonds marins, des formes sédimentaires sont créées par les forts courants de circulation océanique, ainsi que les courants de turbidité.

Les sédimentologues sont intéressés par les formes sédimentaires notamment en raison de leur rôle dans la génération de la stratification des dépôts sédimentaires. En géologie, l'étude de structures sédimentaires fossilisées est utilisée pour déduire les conditions hydrauliques contemporaines de leur formation (Selley, 2000). Cependant, à une forme sédimentaire observée ne correspond pas de façon univoque un jeu de conditions d'écoulement précis.

Nous étudierons dans ce travail de doctorat uniquement des structures formées sous écoulement unidirectionnel. Les cours d'eau sont un exemple d'écoulement unidi-

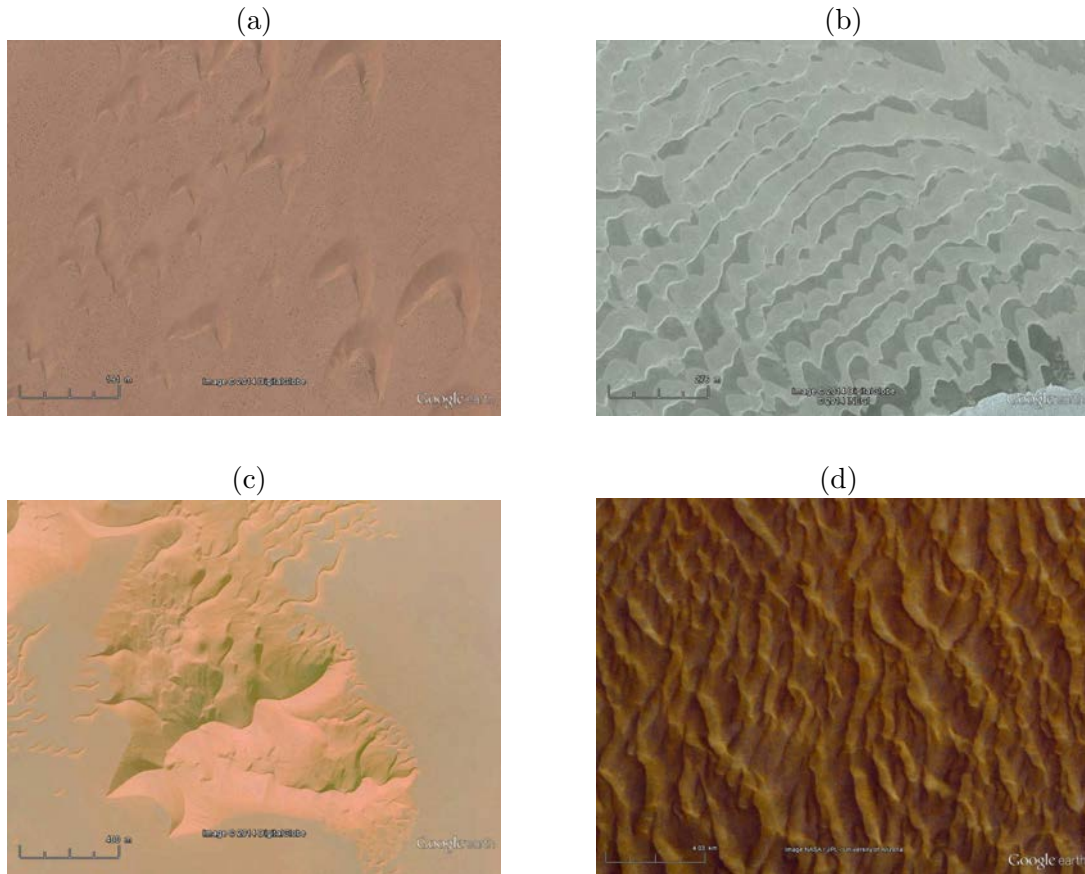


FIGURE 1.1 – Dunes éoliennes : (a) Barkhanes au Maroc, province de Laâyoune ($26^{\circ}57'45.67''\text{N}$ $13^{\circ}18'51.34''\text{O}$) ; (b) Dunes transverses et barkhanoïdes proches de la lagune Ojo de Liebre, Mexique ($27^{\circ}56'04.64''\text{N}$ $114^{\circ}11'43.84''\text{O}$) ; (c) Dune en étoile proche de l'oasis de Liwa, Émirats Arabes Unis ($20^{\circ}25'09.10''\text{N}$ $54^{\circ}07'10.87''\text{E}$) ; (d) Dunes complexes dans le cratère Proctor, Mars ($47^{\circ}43'31.48''\text{S}$ $30^{\circ}11'04.08''\text{E}$). Images Google Earth.



FIGURE 1.2 – Dos de dune couvert de rides éoliennes, désert du Mojave, Californie.

rectionnel. L'eau s'écoule des rivières aux fleuves jusqu'au milieu marin. Au cours de son trajet, elle rencontre des sédiments et va pouvoir créer des formes sédimentaires. La granulométrie varie fortement d'amont en aval d'une rivière. En amont, la granulométrie est variée, elle comprend des limons fins jusqu'aux gros blocs. La granulométrie étendue conduit à former un pavage : les particules plus grosses vont former une couche de protection recouvrant les particules plus fines. Les particules les plus grosses vont se déposer progressivement avec la diminution de la pente d'amont en aval. En aval, la granulométrie est donc plus resserrée. Avec une granulométrie resserrée, on peut observer des bancs de sable alternés, des rides, des dunes et des anti-dunes, que nous décrirons un peu plus loin. Le sédiment est également présent sur les côtes et dans le milieu marin.

Selon les paramètres de l'écoulement unidirectionnel, on peut observer (Engelund et Fredsoe, 1982) :

- un lit plat immobile,
- des rides et dunes, seules ou superposées,
- un lit plat mobile,
- des anti-dunes.

Dans un chenal hydraulique, les différentes formes observées peuvent être représentées sur un diagramme qui dépend des paramètres expérimentaux (voir figure 1.3). On y retrouve les rides (ripples) et le lit plat (no movement, lower plane) pour des faibles vitesses d'écoulement ; puis une transition vers les dunes et le lit plat (upper plane).

Dans les régimes à faible hauteur d'eau, des chevrons ou des barres alternées apparaissent. La périodicité des structures est caractérisée par une longueur d'onde λ et un nombre d'onde $k = 2\pi/\lambda$. Les structures périodiques peuvent ainsi être représentées sur un diagramme de phase en fonction du nombre de Froude¹ et du nombre d'onde adimensionné par la hauteur d'eau (voir figure 1.4).

Un lit plat immobile

Pour un écoulement suffisamment lent, aucun grain ne bouge. Leur poids est suffisant pour compenser les forces exercées par l'écoulement.

Rides et dunes

1. Un nombre physique adimensionnel qui influence le type de structure formée est le nombre de Froude. Ce nombre est le rapport entre la vitesse de l'écoulement U et la vitesse des ondes de surface U_{surf} . Dans le cas d'un écoulement de hauteur d'eau h_e , $U_{surf} = \sqrt{gh_e}$, $Fr = \frac{U}{U_{surf}} = \frac{U}{\sqrt{gh_e}}$. Pour un nombre de Froude inférieur à 1, l'écoulement est en régime fluvial ; au dessus de 1, le régime est torrentiel. La transition du régime fluvial au régime torrentiel s'accompagne d'un ressaut hydraulique.

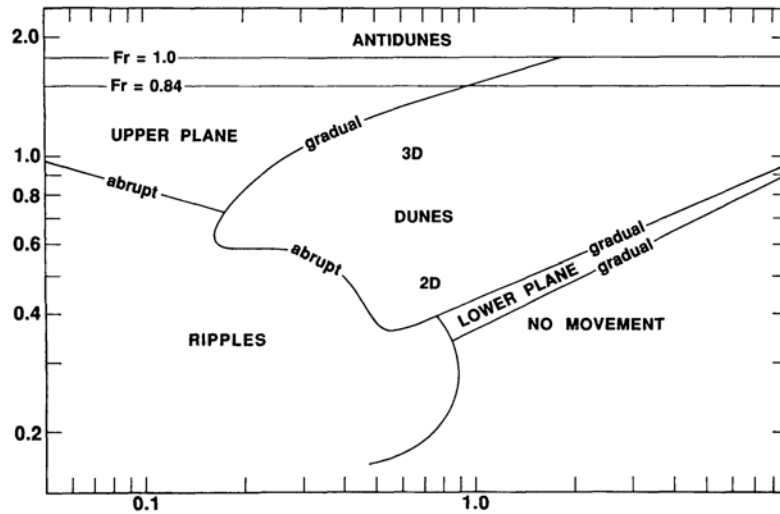


FIGURE 1.3 – Diagramme schématique des formes sédimentaires, obtenu par des mesures expérimentales en chenal avec des hauteurs d'eau entre 25 et 40 cm. En abscisse le diamètre des grains (mm), en ordonnée la vitesse de l'écoulement (m/s). D'après Southard (1991).

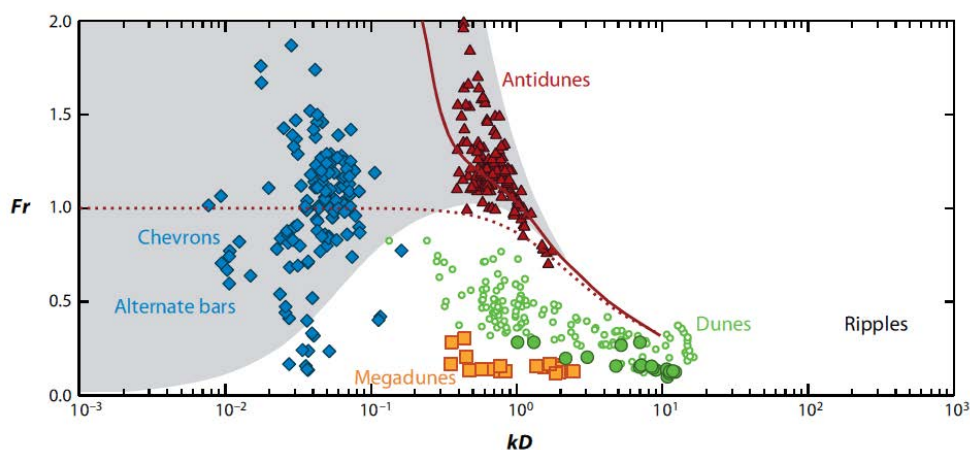


FIGURE 1.4 – Diagramme schématique des formes sédimentaires, obtenu par des mesures en chenal et en milieu naturel. En abscisse le nombre d'onde adimensionné par la hauteur d'eau et en ordonnée le nombre de Froude. D'après Charru *et al.* (2013).

Les grains mis en mouvement vont former des structures régulières appelées ride et/ou dune. À première vue, rides et dunes sont toutes les deux des structures ondulées qui migrent dans le sens du courant, avec leurs crêtes orthogonales à la direction de l'écoulement. Cependant, elles ont rapidement été distinguées.

La distinction entre dune et ride aquatique est un sujet de débat². La communauté scientifique étudiant les problématiques de structure sédimentaire et de transport de sédiment est diversifiée. Elle se compose de géologues, physiciens, mathématiciens, scientifiques de terrain, expérimentateurs, modélisateurs, théoriciens, numériciens, aux parcours et aux approches différents (Jenkins *et al.*, 2013).

La première distinction entre rides et dunes s'est faite sur leur taille. Les géomorphologues décrivent les rides comme des structures de longueur d'onde inférieure à quelques décimètres, les dunes ayant une longueur d'onde d'au moins un ordre de grandeur supérieur. Ils observent que les rides peuvent se superposer aux dunes.

D'autres auteurs distinguent les dunes des rides à partir des paramètres physiques qui influencent leur taille. Pour McLean (1990), les dunes ont une taille typique de l'ordre de la hauteur d'eau et interagissent avec la surface libre, alors que l'écoulement autour des rides n'est pas influencé par la surface libre eau/air.

La formation de rides et dunes est due à la compétition de mécanismes stabilisants et déstabilisants. Le mécanisme qui va déstabiliser le lit granulaire est le déphasage entre la contrainte basale cisailante et la morphologie du fond. Le mécanisme stabilisant peut résulter de différents processus. La distance de saturation est la distance mise par le flux de sédiment pour atteindre sa valeur saturée. Elle induit un mécanisme de stabilisation du lit granulaire. La longueur d'onde des structures est alors gouvernée par la longueur de saturation (Charru *et al.*, 2013). Selon les mécanismes physiques identifiés comme pertinents pour la saturation (inertie, déposition, voir § 1.2.3.3), la taille des structures varie. Fourrière *et al.* (2010) proposent que les dunes soient formées par coalescence et mûrissement des rides, alors considérées comme précurseur de dune.

Des études de stabilité d'un lit plat ont été réalisées dans différentes conditions afin de déterminer les mécanismes physiques qui conduisent à la formation des rides et des dunes aquatiques. Pour Richards (1980), la présence d'une hauteur finie de l'écoulement conduit à la formation des dunes, alors que les rides sont liées à la rugosité du fond qui dépend de la taille des grains. Colombini et Stocchino (2011) introduisent un modèle d'écoulement valable pour les régimes turbulents lisses, de transition et rugueux. Par

2. Au contraire, la communauté scientifique s'accorde sur une distinction claire entre ride et dune éoliennes. Il est admis que les rides éoliennes ont un mécanisme de formation différent de celui des dunes éoliennes et des dunes et rides aquatiques (Andreotti *et al.*, 2006; Csahók *et al.*, 2000), dû à la présence de saltation (voir § 1.2.3.2).

une analyse de stabilité linéaire, ils trouvent deux zones de longueur d'onde instable pour les dunes et les rides. Cependant, leur modèle ne permet pas d'identifier clairement quel mécanisme produit quelle structure.

La distinction entre dunes et rides aquatiques ne faisant pas l'objet d'un consensus, dans la suite de ce travail les structures aquatiques seront toutes appelées dunes.

Lit plat mobile

Les structures précédemment formées sont « lavées » par la puissance de l'écoulement. Les dunes deviennent plus longues et plus plates et finissent par disparaître à fort écoulement. On parle de restabilisation du lit plat. Engelund (1970) et Fredsøe (1974) expliquent ce régime par la compétition de deux effets : le charriage qui forme des dunes et la suspension qui forme des anti-dunes (voir § 1.2.3.1 pour la définition du charriage et de la suspension). La coexistence de ces effets conduit à un lit plat.

Anti-dune

Le nom d'anti-dune vient du fait que la crête de la dune se déplace contrairement au sens du courant. D'une façon générale, une structure sédimentaire présente des zones de déposition et des zones d'érosion. Si la zone de déposition principale est en aval de la crête, la crête se déplace vers l'aval, mais si elle est en amont de la crête, alors la crête se déplace vers l'amont. Dès 1914, Gilbert et Murphy décrivent des anti-dunes en chenal hydraulique. Ces structures se déplacent dans un sens opposé à celui de l'écoulement tout en étant en phase avec la surface libre. Les anti-dunes ont pour caractéristiques d'être en phase avec la surface libre et de se former en régime torrentiel. Dans ce régime, on observe aussi des structures qui migrent dans le sens de l'écoulement. Ainsi Kennedy (1963) utilise une séparation entre dune (déplacement dans le sens du courant) et anti-dune (structure en phase avec la surface libre). La plupart des anti-dunes migrent dans le sens inverse du courant.

En eau profonde

Les structures considérées dans ce paragraphe sont celles qui ne sont influencées ni par la surface libre eau/air, ni par les courants de marée. En eau profonde, de nombreuses formes sédimentaires sont observées (Dorn et Werner, 1993; Lonsdale et Spiess, 1977). Cependant, l'accessibilité des structures en eau profonde est un frein à leur observation. Le développement de l'instrumentation favorise l'observation de ces structures. Wynn et Stow (2002) classent et caractérisent les structures sédimentaires allongées (sediment wave) formées en eau profonde. Les critères de classification retenus sont les types de

courants qui génèrent les structures (courant de fond et courant de turbidité), ainsi que leur composition (particules fines comme les vases et limons et des particules plus grossières comme les sables et les graviers). Wynn et Stow (2002) indiquent notamment que des barkhanes peuvent être formées en présence de sable par des courants de fond, notamment sur des marges continentales (Wynn *et al.*, 2002). En effet, comme exposé précédemment (voir § 1.1.1), les barkhanes nécessitent un courant unidirectionnel et peu d'apport en sédiment, conditions qui peuvent se retrouver au fond des océans, par exemple dans le chenal Féroé-Shetland (Wynn *et al.*, 2002) ou sur la ride de Carnegie (Lonsdale et Spiess, 1977).

1.1.3 Aquatique et éolien

Les dunes aquatiques et éoliennes ont des points communs :

- formation par un écoulement de fluide au dessus d'un lit granulaire,
- granulométrie du milieu granulaire variable,
- régime d'écoulement turbulent,
- saisonnalité des écoulements (vents, courants marins, crues en rivières,...) ;

mais aussi des différences :

- masse volumique du fluide porteur,
- granulométrie bien triée en éolien et beaucoup plus variable sur un même site en aquatique,
- saltation dans le cas éolien et non aquatique (voir § 1.2.3.2),
- surface libre (atmosphère dans le cas des vents au dessus des déserts, en aquatique surface eau/air : interaction forte possible).

Dans l'hypothèse d'un transport de sédiment dominé par l'inertie, au premier ordre la taille minimale des dunes dépend de la longueur de saturation inertielle L_{sat} . Cette longueur de saturation inertielle est proportionnelle au rapport des densités des grains et du fluide $L_{sat} \propto \frac{\rho_p}{\rho_f} d$ (Hersen *et al.* (2002), voir § 1.2.3.3). La taille minimale des dunes en milieu aquatique est donc beaucoup plus petite, ce qui permet l'étude des dunes à une échelle de l'ordre du centimètre dans l'eau, contre la centaine de mètres dans l'air.

1.2 Transport de sédiments

Les sédiments, une fois mis en mouvement, vont pouvoir être transportés de différentes façons par l'écoulement.

1.2.1 Écoulement turbulent

Nous nous intéressons uniquement au cas d'un écoulement turbulent. Le profil de vitesse au dessus d'un lit plat de sédiment est logarithmique : $u(z) = \frac{u_*}{\kappa} \log \frac{z}{z_0}$, avec u la vitesse dans le sens de l'écoulement, z_0 la rugosité, κ la constante de Von Kármán ($\kappa=0,41$), u_* la vitesse de frottement et z la position verticale dans l'écoulement. La contrainte cisailante $\tau_f = \rho_f u_*^2$ rend compte de l'effet du fluide sur le lit granulaire.

1.2.2 Mise en mouvement d'un grain

Pour qu'un grain soit déplacé, il faut que la force exercée par le fluide soit suffisante pour le mettre en mouvement. Un grain sur un lit granulaire est soumis à plusieurs forces : son poids, les forces exercées par l'écoulement et les forces de contact avec les autres grains. Il peut également y avoir des forces de cohésion qui ne seront pas prises en compte ici. En effet, les forces de cohésion sont principalement dues aux ponts capillaires formés entre les grains. Or en milieu sec ou lorsque les grains sont complètement immergés, il n'y a pas de pont capillaire.

Le poids apparent d'un grain sphérique homogène dans un fluide s'exprime de la façon suivante : $(\rho_p - \rho_f)gd^3$, avec d le diamètre du grain, ρ_p sa masse volumique et ρ_f celle du fluide.

Un écoulement au dessus d'un lit granulaire exerce une force sur les grains qui va les mettre en mouvement. La force de traînée exercée par le fluide sur le grain est $\tau_f d^2$, avec τ_f la contrainte cisailante exercée par le fluide sur le lit granulaire.

Shields introduit en 1936 un nombre adimensionné appelé le nombre de Shields, qui est le rapport des deux forces précédentes :

$$Sh = \frac{\tau_f}{(\rho_p - \rho_f)gd}. \quad (1.1)$$

Le poids apparent du grain va avoir pour effet de maintenir le grain sur le fond alors que la force de traînée va mettre le grain en mouvement. Le nombre de Shields prenant en compte ces deux effets antagonistes, il permet de caractériser la mise en mouvement du grain. Pour un nombre de Shields faible, l'écoulement n'est pas suffisant pour mettre le grain en mouvement. À partir d'une valeur seuil, le grain peut être mobilisé par l'écoulement. Ce nombre de Shields seuil Sh_c peut être déterminé expérimentalement et varie avec le nombre de Reynolds particulaire (voir figure 1.5). Le nombre de Reynolds particulaire dans le cas turbulent est $Re_p^* = \frac{u_* d}{\nu}$. L'incertitude sur la détermination du seuil de mise en mouvement peut être expliquée par sa dépendance avec l'arrangement

du lit granulaire (Charru *et al.*, 2004).

Dans le cas d'un écoulement turbulent, la contrainte cisailante est $\tau_f = \rho_f u_*^2$. Le seuil de mise en mouvement est caractérisé par une vitesse de frottement critique u_{*c} qui donne un nombre de Shields critique $Sh_c = \rho_f u_{*c}^2 / ((\rho_p - \rho_f)gd)$.

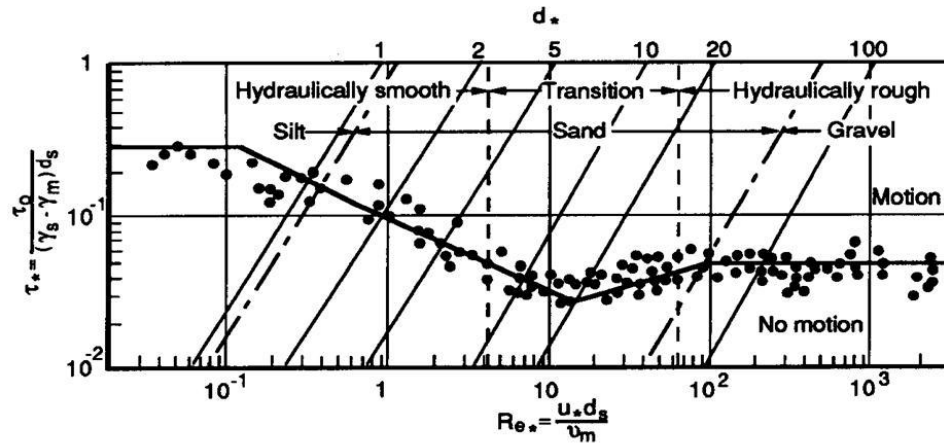


FIGURE 1.5 – Diagramme de Shields dans l'eau, d'après Graf et Altinakar (1996) ; Re_* correspond au nombre de Reynolds particulaire dans le cas d'un écoulement turbulent et τ_* correspond au nombre de Shields.

1.2.3 Type de transport de sédiment

1.2.3.1 Régime aquatique : charriage et suspension

Charriage et suspension sont les deux modes principaux de transport de sédiment qui ont été identifiés dans l'eau.

Charriage

Le sédiment transporté est concentré sur une couche d'épaisseur quelques tailles de grains. Les grains roulent sur le fond. Meyer-Peter et Müller (1948) ont établi une loi empirique pour caractériser le débit de sédiment transporté en charriage en fonction du nombre de Shields :

$$q_{MPM} = 8\rho_p \sqrt{g'd} (Sh - Sh_c)^{3/2} \quad (1.2)$$

avec g' la gravité réduite $g' = g(1 - \rho_f/\rho_p)$. D'autres formes ont été proposées dans la

littérature et peuvent se synthétiser par la formulation générale suivante :

$$q_c \propto \rho_p \sqrt{g' d} Sh^n (Sh - Sh_c)^m \quad (1.3)$$

Les exposants m et n de l'équation 1.3 varient selon les auteurs, qu'ils soient déterminés expérimentalement (Meyer-Peter et Müller, 1948; Wong et Parker, 2006) ou par des modèles (Bagnold, 1973; Einstein, 1950), tout en conservant une puissance globale en nombre de Shields proche de $m + n \approx 1,5$. Une des manières d'obtenir cette équation est d'écrire la conservation du moment horizontalement (Bagnold, 1956). Le flux de sédiment en charriage est alors proportionnel à $Sh^{3/2}$ pour des grandes valeurs de nombre de Shields (Einstein, 1950; Lajeunesse *et al.*, 2010; Meyer-Peter et Müller, 1948). Une autre approche (Charru, 2006; Lajeunesse *et al.*, 2010) consiste à considérer que la couche en charriage est confinée sur une hauteur de l'ordre de quelques tailles de grains. Le flux de sédiment saturé est alors $q_c \propto \frac{d\sqrt{Sh}(Sh-Sh_c)}{v_s}$, avec v_s la vitesse de sédimentation.

Charriage intense

À plus fort cisaillement, la couche charriée s'épaissit. Les particules sont supportées dans le fluide grâce à leurs interactions de collision (Jenkins et Hanes, 1998; Sumer *et al.*, 1996). Ce régime est associé avec des valeurs relativement élevées de contrainte de cisaillement turbulent et est responsable du transport de large quantité de sédiment (Abrahams, 2003). Dans ce régime collisionnel, les particules sont si lourdes que leur vitesse de chute v_s est plus grande que la vitesse de frottement turbulent près du lit u_* . La vitesse de l'écoulement est donc suffisante pour provoquer des collisions entre particules, mais pas assez forte pour que les fluctuations turbulentes influencent le mouvement des particules. Ce régime de charriage intense a lieu entre le charriage ordinaire et la suspension, pour des particules denses (Berzi et Fraccarollo, 2013) (voir figure 1.6).

Suspension

Les particules transportées par suspension sont maintenues dans toute la hauteur de l'écoulement par les fluctuations turbulentes de celui-ci. Les forces de gravité qui conduisent à la sédimentation des particules vont s'opposer à la mise en suspension. La suspension n'est observée que lorsque les fluctuations turbulentes sont suffisantes pour dominer la sédimentation. Le nombre de Rouse est un nombre adimensionné qui caractérise l'intensité respective de la sédimentation et des fluctuations turbulentes. Il se calcule à partir du rapport de la vitesse de chute du sédiment v_s et de la vitesse de

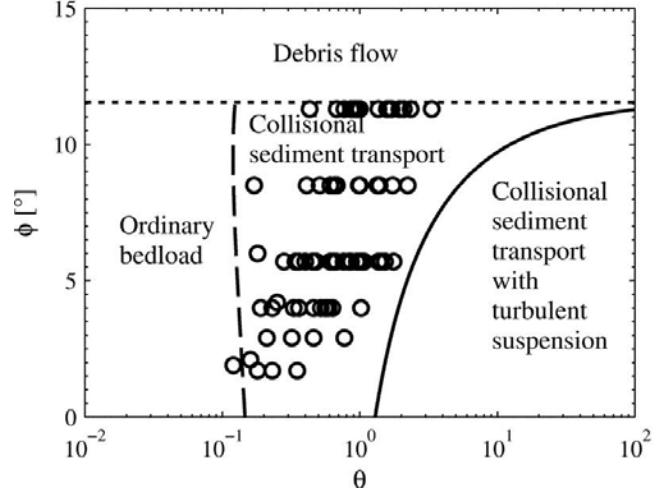


FIGURE 1.6 – Régime de transport de gravier dans l'eau. Les lignes représentent les limites théoriques de chaque domaine et les points les données expérimentales. D'après Berzi et Fraccarollo (2013).

frottement turbulente u_* :

$$Rouse = \frac{v_s}{\kappa u_*} \quad (1.4)$$

Plus le nombre de Rouse est faible, plus l'effet de la turbulence prédomine sur celui de la sédimentation, plus le transport par suspension est efficace (voir table 1.1).

$Rouse > 2,5$	majoritairement charriage
$0,8 < Rouse < 2,5$	charriage et suspension
$Rouse < 0,8$	majoritairement suspension

TABLE 1.1 – Transport de sédiment selon le nombre de Rouse

Pour modéliser le transport par suspension, Rouse (1937) et Van Rijn (1984) appliquent la décomposition de Reynolds à l'équation de conservation de la masse. Dans le cas d'un écoulement établi 1D à surface libre, ils peuvent ainsi exprimer le profil de concentration de sédiment ϕ_s dans la hauteur d'eau, dit profil de Rouse :

$$\phi_s = \phi_b \left[\frac{(1 - z/h_e)/(z/h_e)}{(1 - b/h_e)/(b/h_e)} \right]^{Rouse} \quad (1.5)$$

avec ϕ_b la concentration basale en sédiment, z la position verticale, b la hauteur de la couche en charriage et h_e la hauteur d'eau.

1.2.3.2 Régime éolien : saltation

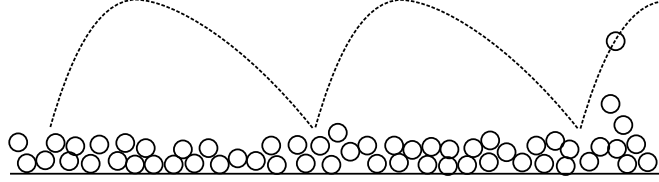


FIGURE 1.7 – Schéma de la trajectoire d'un grain en saltation

Un grain en saltation effectue une suite de sauts (voir figure 1.7). Le grain est accéléré par le vent à chaque saut, ce qui lui permet de rebondir sur la surface. L'impact d'un grain sur le lit granulaire va éjecter d'autres grains : c'est le phénomène de splash. Dans le régime stationnaire, le splash est dominant. En augmentant la vitesse de l'écoulement, seul le nombre de grains en saltation augmente, et pas leur vitesse (Ho *et al.*, 2014). Des mesures en soufflerie (Ho *et al.*, 2012) montrent que le transport de sédiment en saltation varie linéairement avec l'écart au seuil en Shields :

$$q_s \propto \rho_p \sqrt{g d} (Sh - Sh_c) \quad (1.6)$$

1.2.3.3 Saturation du flux de sédiment

Une particule arrachée au lit n'est pas immédiatement en équilibre avec l'écoulement. La longueur mise par le flux de sédiment q à saturer à sa valeur maximale q_{sat} est appelée longueur de saturation L_{sat} . Le processus de saturation peut être modélisé au premier ordre par une loi de relaxation :

$$L_{sat} \frac{\partial q}{\partial x} = q_{sat} - q \quad (1.7)$$

avec x la position dans le sens de l'écoulement.

Lajeunesse *et al.* (2010) font l'hypothèse qu'en charriage, la saturation est liée au processus de déposition et que la longueur de déposition dépend du temps mis par une particule pour traverser la couche de charriage d/v_s : $L_{sat} \propto \frac{U}{v_s} d$.

Claudin *et al.* (2011) proposent qu'en suspension, la saturation soit également limitée par la déposition. Le temps caractéristique est encore celui mis par un grain pour parcourir la couche chargée de grains, qui contrairement au charriage, a envahi tout l'écoulement : $L_{sat} \propto \frac{U}{v_s} h_e$.

Pour Andreotti *et al.* (2002a, 2010); Hersen *et al.* (2002), l'inertie domine en saltation : la longueur de saturation est celle nécessaire au grain pour se mettre à l'équilibre

avec l'écoulement : $L_{sat} \propto \frac{\rho_p}{\rho_f} d$.

1.3 Problématiques

Ce travail se présente en deux parties. Dans la première partie, nous étudions la morphodynamique des dunes formées par un écoulement unidirectionnel sur un fond non érodable. Les dunes transverses rectilignes et les barkhanes peuvent apparaître dans ces conditions. Nous cherchons à identifier les mécanismes physiques qui influent sur la morphologie de ces dunes. Pour cela nous utilisons un modèle prenant en compte des phénomènes physiques macroscopiques et nous nous intéressons à la stabilité d'une dune transverse rectiligne et aux formes des barkhanes.

Dans une seconde partie, nous cherchons à déterminer comment la présence de dunes modifie le transport de sédiment aquatique. Pour aborder cette problématique, nous réalisons des expériences en chenal hydraulique. Le suivi morphologique de l'apparition des dunes à partir d'un fond plat est couplé avec une méthode originale de piégeage de sédiment différencié selon les modes de transport.

Chapitre 2

Morphodynamique des dunes

Dans ce chapitre, nous nous intéressons aux structures qui se forment sur un fond non érodable sous l'effet d'un écoulement unidirectionnel. Ces structures sont de deux types : les dunes transverses rectilignes et les barkhanes.

Après un retour sur les modèles utilisés dans la littérature pour décrire ces dunes (§ 2.1), nous proposons un modèle alternatif pour étudier dunes transverses rectilignes et barkhanes. Le modèle et ses hypothèses sont détaillées dans le § 2.2, puis l'analyse de stabilité linéaire de la dune transverse rectiligne est menée (§ 2.3). De façon à étudier le comportement de ces dunes transverses aux temps longs, les équations du modèle sont résolues numériquement (§ 2.4).

Les barkhanes sont ensuite étudiées analytiquement et numériquement et à l'aide de ce modèle (§ 2.5). Des mesures de barkhanes venant de la littérature, de données satellites (§ 2.6) et d'expérimentation en chenal hydraulique (§ 2.7) sont utilisées pour déterminer les paramètres clés du modèle et tester les limites des hypothèses de notre modèle. Le modèle utilisé est éolien au départ, mais nous l'appliquons également dans le cas des dunes aquatiques.

2.1 Modélisations des dunes éoliennes

Plusieurs approches peuvent être distinguées : Les modèles continus (Andreotti *et al.*, 2002b; Fourrière, 2009; Hersen, 2004b; Kroy *et al.*, 2002a,b; Sauermann *et al.*, 2001) et les modèles discrets (Narteau *et al.*, 2009; Nishimori et Ouchi, 1993; Zhang *et al.*, 2012, 2010).

Ces modèles permettent d'étudier l'instabilité primaire : la déstabilisation d'un lit plat sous l'effet d'un écoulement de cisaillement conduit à la formation de dunes transverses à l'écoulement.

2.1.1 Modèles continus

L'instabilité primaire a fait l'objet de nombreuses modélisations. Dans les modèles continus, les caractéristiques pertinentes de l'écoulement sont calculées, notamment la vitesse de cisaillement basale. Ce calcul est réalisé grâce à l'expression analytique d'un écoulement turbulent au dessus d'une bosse (Jackson et Hunt, 1975). La zone d'écoulement est décomposée en domaine, puis un raccord asymptotique des vitesses dans chaque région permet d'obtenir la contrainte de cisaillement basale. Une fois l'écoulement résolu, il reste à calculer le transport de sédiment. Pour cela, une loi de transport empirique est utilisée (voir § 1.2.3). Elle prend en compte la mise à l'équilibre du flux avec le flux de saturation (voir équation 1.7). La morphologie est modifiée en conséquence par une conservation de la matière entre la dune et le flux de sédiment, produisant de nouvelles conditions d'écoulement à résoudre. Grâce au découplage d'échelle de temps d'évolution entre écoulement et transport, l'écoulement s'adapte instantanément à une modification de morphologie.

Andreotti *et al.* (2002b) réalisent ainsi l'analyse de stabilité linéaire d'un lit plat sous écoulement de cisaillement turbulent. Leurs résultats montrent qu'il existe une taille minimale de formation des dunes. Fourrière (2009) étudie également l'instabilité primaire, mais en régime aquatique. L'influence de la surface libre est mise en avant : la présence des ondes de surface a un effet stabilisateur sur le lit granulaire.

De nombreuses études s'intéressent aux structures d'équilibre finales qui émergent aux temps longs, une fois l'instabilité développée (Andreotti *et al.*, 2002b; Hersen, 2004a; Kroy *et al.*, 2002b). La méthode de calcul est similaire, il est alors nécessaire de prendre en compte la création de la face d'avalanche. La bulle de recirculation créée par le décollement de couche limite à la face d'avalanche est traitée séparément du problème de l'écoulement. En effet, l'écoulement turbulent est résolu comme indiqué précédemment au delà d'une enveloppe qui comprend à la fois la dune et la bulle de

recirculation. La position de la face d'avalanche est alors fixée ultérieurement.

Selon la quantité de sédiment disponible, différents types de structures peuvent se former. Lorsque la source de sable est infinie, la croissance de la dune va en général se poursuivre jusqu'aux limites du système. Mais si la source de sable est finie, la croissance de l'instabilité primaire sur le lit plat va conduire à l'exposition du substrat. Les dunes vont alors être séparées les unes des autres. Kroy *et al.* (2002a,b) étudient ainsi les propriétés et la dynamique des dunes isolées et protodunes (sans face d'avalanche). Ces dunes isolées ne sont pas invariantes latéralement : une description 3D est alors nécessaire. Parteli *et al.* (2011) étudient la déstabilisation d'une dune transverse rectiligne isolée en barkhanes sur fond non érodable. Andreotti *et al.* (2002b) proposent une version différente du modèle de Kroy, reprise par Hersen (2004a) et généralisée vers une description 3D pour l'étude des barkhanes. La description 3D introduit un découpage de la dune en tranches couplées avec des mécanismes de diffusion transverse (Hersen, 2004b). Le développement de la végétation sur une barkhane conduit à la stabilisation des cornes puis à la formation d'une dune parabolique (voir § 1.1.1 et Durán et Herrmann (2006)).

2.1.2 Modèles discrets

Nishimori et Ouchi (1993) sont les premiers à introduire un modèle d'automate cellulaire pour décrire la dynamique des dunes. Reprenant ce modèle, Narteau *et al.* (2006) modélisent les dunes grâce à des interactions à courte distance par un modèle d'automate cellulaire 3D. L'automate cellulaire permet d'étudier l'émergence de motifs à partir d'interactions à courte distance entre les différents éléments du système répartis sur une grille régulière. Chaque cellule peut avoir un nombre fini d'états (fluide, fluide présentant un excès de cisaillement, grains, grains en mouvement). Pour passer d'un état à un autre, des probabilités de transition sont définies à partir des états des cellules voisines. L'érosion, la déposition, le transport, la diffusion et la chute sont pris en compte.

Narteau *et al.* (2009) affinent la prise en compte de l'écoulement turbulent en utilisant un modèle de gaz sur réseau. L'inconvénient lié à la structure discrète du modèle d'automate cellulaire est que la taille du pavage en cellule est arbitraire. Pour la fixer, Narteau *et al.* (2009) étudient la stabilité primaire du lit plat. En comparant la longueur d'onde du mode qui émerge dans sa modélisation avec celle proposée par Andreotti *et al.* (2002b), la longueur caractéristique de l'automate cellulaire est fixée.

La force de ce modèle est de pouvoir reproduire des conditions d'écoulement variées. Ce modèle permet ainsi d'étudier la morphodynamique des barkhanes (Zhang *et al.*,

2010), des dunes en étoile (Zhang *et al.*, 2012), des dunes obliques (Ping *et al.*, 2014) et les collisions entre barkhanes (Katsuki *et al.*, 2005).

2.1.3 Modèles alternatifs

Lors de leur étude de la collision des barkhanes, Katsuki *et al.* (2005) introduisent un modèle simplifié pour avoir une image claire du processus de collision. Ce modèle simplifié restreint l'étude des interactions entre barkhanes, objet 3D, à celle de l'interaction de leurs coupes longitudinales centrales, objet 2D. Il suppose que les coupes longitudinales centrales présentent une relation de similitude, ce qui signifie que les angles sur les pentes amont et aval de la dune sont invariants avec la taille de la dune. Chaque barkhane est alors repérée uniquement par la position de son sommet, et des équations de conservation de la masse permettent d'obtenir les équations d'évolution de la position des deux barkhanes lors de la collision. Katsuki *et al.* (2005) retrouvent les dynamiques de collision obtenues avec les modèles de type automate cellulaire.

Cette approche consistant à utiliser une simplification de la géométrie de la dune est reprise par Niiya *et al.* (2010). Au lieu de considérer les interactions entre deux sections de dune l'une en amont de l'autre, Niiya *et al.* (2010) s'intéressent aux interactions entre sections de dunes côte à côte. L'introduction de flux transverses pour coupler latéralement les sections de dunes, permet d'étudier numériquement la forme et la stabilité de dunes transverses et leur déstabilisation en barkhane. Le flux perdu par les dunes est réinjecté en amont de façon à conserver la masse du système. Cela modélise également les couplages de transfert de sédiment qui apparaissent lorsque plusieurs dunes se suivent. Niiya *et al.* (2010, 2013) dressent ainsi un diagramme de phase représentant les domaines de stabilité des dunes transverses, sinueuses et des barkhanes. Cependant, ce modèle discret n'introduit pas explicitement de longueur caractéristique latérale. Les résultats de stabilité des structures dépendent du nombre de sections de dunes intégrées dans le modèle, ce qui n'est pas satisfaisant.

Nous nous proposons de reprendre ce modèle en corrigeant les anomalies physiques.

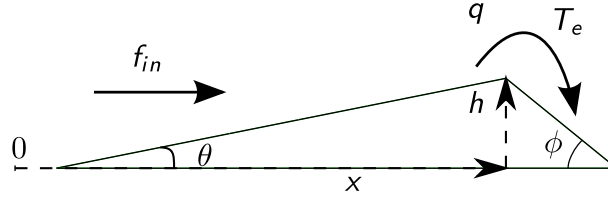


FIGURE 2.1 – Schéma d'une section de dune soumise à un flux de sédiment en amont f_{in} . La pente de la face amont est θ et celle de la face aval ou face d'avalanche ϕ . Le sommet de la section de dune a pour position dans le sens de l'écoulement x et pour hauteur h . L'écoulement produit un flux de sédiment au sommet de la dune q . Ce sédiment est ensuite capté par la face d'avalanche avec un taux de capture T_e .

2.2 Position du problème et mise en équations

Le modèle traite le cas de la morphodynamique d'une dune sur un fond non érodable sous l'effet d'un vent unidirectionnel. L'hypothèse clé du modèle est de considérer qu'une section de dune dans le sens de l'écoulement a une forme triangulaire (Niiya *et al.*, 2010). Les pentes amont et aval sont constantes et caractérisées par les angles θ et ϕ (voir figure 2.1). Une section est alors uniquement déterminée par la position de son sommet x et sa hauteur h . Par conséquent, une dune peut être complètement décrite par deux variables continues $x(y, t)$ et $h(y, t)$, avec y la position latérale de la section et t le temps.

Discussion sur l'hypothèse d'angles constants

L'hypothèse d'angle constant pour la face d'avalanche est raisonnable. En effet, sur cette face ont lieu les avalanches qui contribuent à l'avancée de la dune. Deux angles caractérisent une pente granulaire : l'angle d'avalanche et l'angle de repos. L'angle d'avalanche est l'angle à partir duquel la pente est instable et les avalanches se déclenchent. L'angle de repos ou angle de talus est celui que prend un tas granulaire après une avalanche. Ces deux angles sont proches l'un de l'autre et dépendent de la nature du matériau granulaire (composition, taille, humidité). Cependant, cet angle va apparaître dans la direction de plus forte pente, qui n'est plus celle de l'axe de propagation de la dune dès que celle-ci n'est plus rectiligne.

La pente moyenne de la face amont a été étudiée par des campagnes de terrain. Il a été montré que la pente moyenne des dunes éoliennes augmente avec la hauteur de la dune (entre 3 et 10°). Supposer que la pente amont est constante est donc une approximation. Cette hypothèse sera rediscutée au § 2.6.

2.2.1 Conditions de flux

Flux au sommet de la dune

Nous notons q le flux de sable au sommet de la dune. Ce flux va dépendre principalement de la force du vent et de la pente amont de la dune (Jackson et Hunt, 1975)¹ :

$$q = q_{sat}(1 + \mathcal{B} \tan \theta) \quad (2.1)$$

avec q_{sat} le flux saturé sur sol érodable plat et \mathcal{B} un coefficient qui rend compte de la dépendance de la vitesse avec la pente locale. Le flux q_{sat} dépend lui même de la force du vent sur le lit plat, notamment de l'écart au seuil de mise en mouvement. Dans le cas éolien, ce flux s'écrit simplement (voir § 1.2.3) :

$$q_{sat} = Q_0(Sh_0 - Sh_c) \quad (2.2)$$

avec Sh_0 le nombre de Shields correspondant à l'écoulement sur fond plat et Sh_c le nombre de Shields seuil de la mise en mouvement caractéristique du milieu granulaire. Q_0 est un flux de sédiment dimensionnel. Dans notre modèle, nous faisons l'hypothèse que la pente amont est constante, le flux au sommet de la dune q ne dépend donc plus que des caractéristiques du milieu granulaire et du cisaillement sur fond plat en amont à la dune. Il ne dépend pas de la hauteur de la dune.

Flux en entrée du système

f_{in} , le flux de sable en entrée du système, va dépendre de la disponibilité du sédiment à l'amont et de la force du vent. C'est un paramètre de contrôle de notre système.

2.2.2 Taux capture de la dune

Le sédiment qui arrive au sommet de la dune va être piégé dans la face aval. Le taux de capture T_e caractérise l'efficacité de ce piégeage. Pour $T_e=1$, tout le sédiment au sommet de la dune est piégé dans la face aval, alors que pour $T_e=0$, le sédiment n'est pas piégé et quitte la dune. Momiji et Warren (2000) montrent que le taux de

1. La présence d'une dune va perturber l'écoulement. Jackson et Hunt ont proposé en 1975, la correction à apporter à un écoulement turbulent au dessus d'une petite colline : $\frac{\tau_f}{\tau_0} = 1 + \mathcal{A} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial_x h}{x-x'} dx' + \mathcal{B} \partial_x h(x)$. Le cisaillement basal τ_f est exprimé en fonction du cisaillement basal sur lit plat τ_0 . $h(x)$ est l'élévation du fond. Le terme intégral non local prend en compte l'évolution de la vitesse autour de la bosse et le terme $\mathcal{B} \partial_x h$ rend compte de la dépendance de la vitesse avec la pente locale. Le résultat s'applique cependant au delà de la limite d'une faible hauteur de la perturbation (Sauermaun *et al.*, 2000).

capture dépend de la vitesse du vent sur la face amont de la dune et de la hauteur de la dune. Ils reprennent le modèle d'Anderson (1988) qui analyse la déposition d'un grain de sable sur la face d'avalanche à l'échelle du grain, pour en déduire une expression analytique du taux de capture. Des calculs numériques montrent que le taux de capture augmente rapidement avec la hauteur de la dune pour des vitesses de frottement faibles au sommet de la dune, mais que, dans le cas de fort taux de cisaillement au sommet de la dune, le taux de capture est proche de 0 (voir figure 2.2). Lorsque le taux de capture est nul, la dune est érodée irrémédiablement.

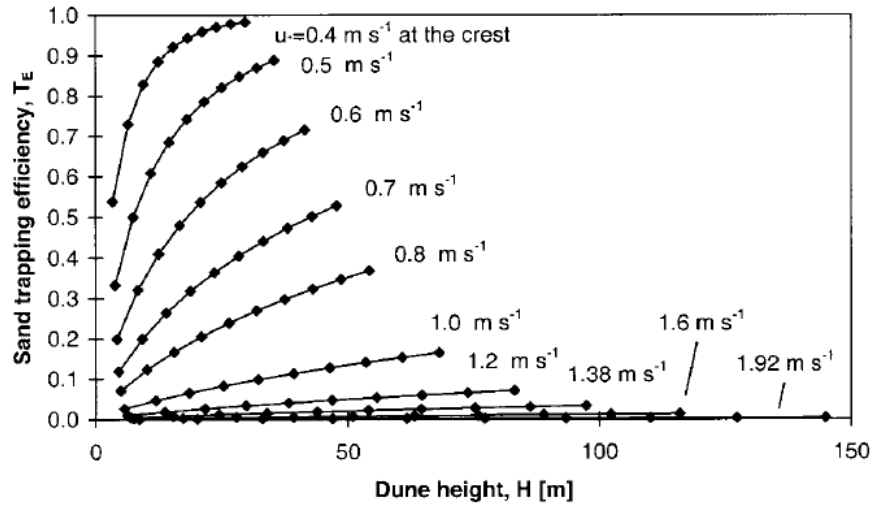


FIGURE 2.2 – Variation du taux de capture de sédiment sur la face aval de la dune T_E en fonction de la hauteur de la dune H pour différentes vitesses de cisaillement au sommet de la dune u . Les valeurs sont obtenues à partir d'une expression analytique résolue numériquement. D'après Momiji et Warren (2000).

Nous pouvons appréhender la dépendance du taux de capture avec la hauteur de la dune avec le raisonnement simplifié suivant : dans des conditions identiques, le sédiment est transporté avec la même distribution de vitesse au sommet pour des dunes de tailles différentes. En supposant que les grains suivent une trajectoire balistique simple, la distance parcourue par le grain augmente avec sa vitesse au sommet. Pour une distribution de vitesse au sommet donnée, il se forme une zone de déposition des grains dont la distance au sommet est constante pour une vitesse d'écoulement donnée. Il existe un seuil de taille à partir duquel cette zone de déposition est comprise dans la face aval de la dune. Ce raisonnement conduit à un taux de capture de sédiment croissant avec la hauteur de la dune (voir figure 2.3).

Différentes expressions du taux de capture en fonction de la hauteur de la dune

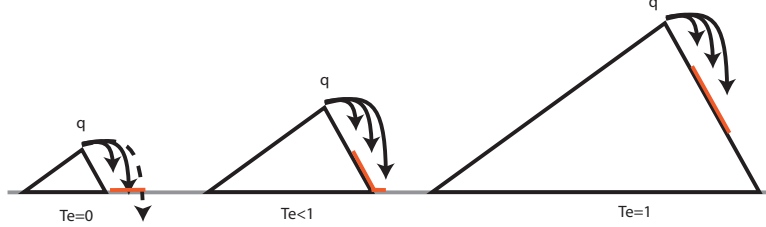


FIGURE 2.3 – Schéma simplifié de la dépendance du taux de capture avec la hauteur de la dune pour une même vitesse de cisaillement au sommet donnant un même flux de sédiment.

peuvent être proposées (voir figure 2.4). Dans le modèle de dune développé par Niiya *et al.* (2010, 2012, 2013), l'expression suivante du taux de capture est utilisée :

$$T_e(h) = \frac{h}{h_c + h} \quad (2.3)$$

où h_c est une hauteur critique qui caractérise la hauteur de dune à partir de laquelle le taux de capture commence à saturer.

Deux cas limites se distinguent :

– Pour les faibles hauteurs :

$$T_e(h) \approx_{h_{\text{petit}}} \frac{h}{h_c} \quad (2.4)$$

– Pour les grandes hauteurs :

$$T_e(h) \approx_{h_{\text{grand}}} 1 \quad (2.5)$$

À partir de ces deux cas limites, une loi plus simple est proposée, linéaire par morceaux :

$$T_e(h) = 1, \forall h > h_c \quad (2.6a)$$

$$T_e(h) = \frac{h}{h_c}, \forall h < h_c \quad (2.6b)$$

La notion de faibles et grandes hauteurs de dune est relative à la hauteur h_c introduite ci-dessus, qui reste à évaluer. D'après l'analyse de Momiji et Warren (2000), la hauteur caractéristique h_c va dépendre de la vitesse de cisaillement basale au sommet de la dune. Plus la vitesse de cisaillement au sommet de la dune est forte, plus la longueur h_c sera grande.

Pour les dunes éoliennes, l'angle amont θ a tendance à augmenter avec la hauteur de

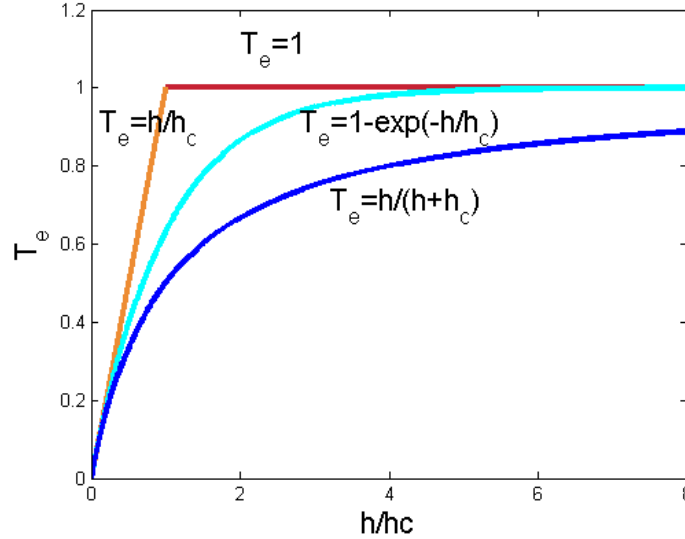


FIGURE 2.4 – Différentes expressions de dépendance du taux de capture T_e , en fonction de la hauteur de la dune adimensionnée par une hauteur critique h_c .

la dune (voir § 2.6.3.2). Or, le flux au sommet de la dune augmente avec l'angle amont (équation 2.1). Le taux de capture décroît avec le cisaillement au sommet, donc avec le flux au sommet de la dune. Nous nous attendons également à un taux de capture T_e qui décroît avec la hauteur de la dune, lorsque la pente amont a une dépendance avec la hauteur de la dune.

Dans la partie concernant l'analyse de stabilité linéaire de la dune, le taux de capture sera supposé être une fonction arbitraire dépendant uniquement de la hauteur de la dune ; pour les parties suivantes, l'expression utilisée sera précisée.

2.2.3 Transfert latéral de sédiment

Un autre type de transfert de sédiment a lieu sur la dune : le transfert de sédiment latéral sur les faces amont et aval de la dune noté J_u et J_d . Ces flux latéraux dépendent des gradients locaux de hauteur et de la courbure de la dune.

Nous cherchons à exprimer les flux de transfert latéral de sédiment. Nous reprenons les hypothèses de Niiya *et al.* (2010) : les flux latéraux intégrés sur les faces amont et aval sont proportionnels à la différence de hauteur entre les pentes voisines, multipliée

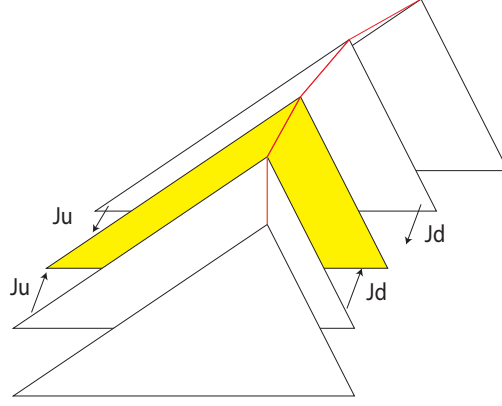


FIGURE 2.5 – Flux de transferts latéraux de sédiment sur une section de dune.

par la distance de recouvrement de ces deux pentes et peuvent s'écrire :

$$J_u = \frac{B}{A} D_u \left(-h \frac{\partial h}{\partial y} + \frac{A}{B} h \frac{\partial x}{\partial y} \right) \quad (2.7a)$$

$$J_d = \frac{C}{A} D_d \left(-h \frac{\partial h}{\partial y} - \frac{A}{C} h \frac{\partial x}{\partial y} \right) \quad (2.7b)$$

Le calcul est détaillé dans l'annexe A. D_u et D_d sont les coefficients de proportionnalité. Ils sont homogènes à des coefficients de diffusion et caractérisent la diffusion de sédiment sur les pentes amont et aval de la dune.

A , B et C sont des constantes géométriques qui dépendent de θ et ϕ et sont données par :

$$A = \frac{\tan \theta \tan \phi}{\tan \theta + \tan \phi} \quad B = \frac{\tan \phi}{\tan \theta + \tan \phi} \quad C = \frac{\tan \theta}{\tan \theta + \tan \phi} \quad (2.8)$$

2.2.4 Équations de conservation

Grâce aux différents paramètres définis précédemment, nous établissons le bilan de matière sur une section de dune dont le sommet a pour coordonnées x et h pendant dt . Le bilan des échanges de masse pour la section de dune (figure 2.6a) et pour la face sous le vent (figure 2.6b) conduisent respectivement aux équations :

$$dS = f_{in} dt - (1 - T_e) q dt + \left(\frac{\partial J_d}{\partial y} + \frac{\partial J_u}{\partial y} \right) dt \quad (2.9)$$

$$T_e q dt + \frac{\partial J_d}{\partial y} dt = h dx_f \quad (2.10)$$

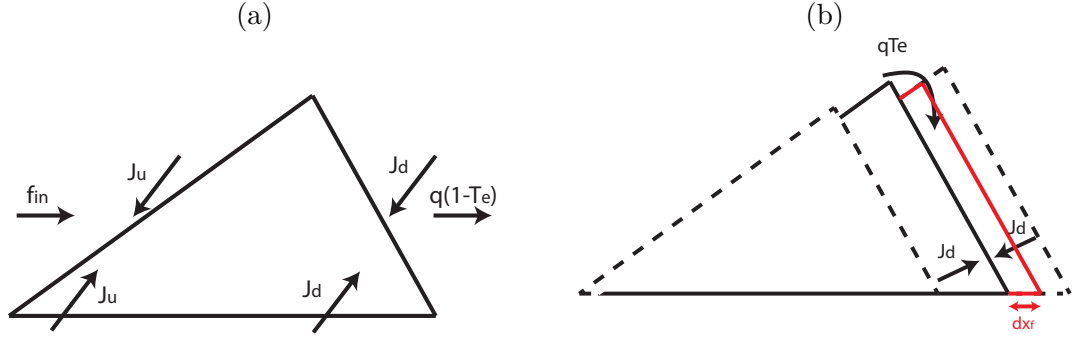


FIGURE 2.6 – Schéma des échanges de masse d'une section de dune (a) et lors de l'avancée du pied de la dune.

avec x_f la position du pied avant de la dune et S l'aire de la section de dune. Or les relations géométriques donnent :

$$dx_f = dx + \frac{C}{A}dh \quad dS = \frac{h}{A}dh \quad (2.11)$$

Ce qui conduit à :

$$\frac{\partial x}{\partial t} = \frac{1}{h} \left[q(BT_e + C) - Cf_{in} - B \frac{\partial J_d}{\partial y} + C \frac{\partial J_u}{\partial y} \right] \quad (2.12a)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{A}{h} \left[f_{in} - (1 - T_e)q - \left(\frac{\partial J_d}{\partial y} + \frac{\partial J_u}{\partial y} \right) \right] \quad (2.12b)$$

Nous introduisons deux paramètres sans dimension $\sigma \equiv D_u/q$ et $\rho \equiv D_d/D_u$. σ rend compte de la diffusion sur la face amont par rapport au flux de sédiment au sommet de la dune et ρ compare l'intensité respective des flux latéraux.

En couplant les équations de positions (2.12a, 2.12b) avec celles sur les flux (2.7a, 2.7b), nous obtenons un système de deux équations différentielles du premier ordre couplées.

Ce système est écrit en notation matricielle :

$$h \partial_t X = (f_{in} - q)G_1 + qT_e G_2 + \sigma q M_0 \partial_y (h \partial_y X) \quad (2.13a)$$

où X , G_1 et G_2 sont les vecteurs :

$$X = \begin{pmatrix} x \\ h \end{pmatrix} \quad (2.13b)$$

$$G_1 = \begin{pmatrix} -C \\ A \end{pmatrix} \quad (2.13c)$$

$$G_2 = \begin{pmatrix} B \\ A \end{pmatrix} \quad (2.13d)$$

et M_0 la matrice

$$M_0 = \begin{pmatrix} C + B\rho & \frac{BC}{A}(\rho - 1) \\ A(\rho - 1) & B + C\rho \end{pmatrix} \quad (2.13e)$$

2.3 Stabilité linéaire d'une dune transverse rectiligne

Dans un premier temps, nous nous intéressons à la stabilité d'une dune transverse rectiligne. Grâce à notre modèle utilisant des paramètres macroscopiques simples, nous cherchons ici à déterminer comment ces paramètres peuvent influencer la stabilité de la dune transverse.

L'analyse de stabilité linéaire est un outil qui permet de prédire la stabilité d'un objet gouverné par des équations non-linéaires. La première étape est de définir l'état de référence, ici la dune transverse rectiligne. Ensuite, cet état de référence est perturbé par un mode de faible amplitude et de nombre d'onde spatial k . Les équations décrivant l'état perturbé sont injectées dans les équations régissant le système. Tant que l'amplitude du mode est faible, les termes non-linéaires sont négligeables par rapport aux termes linéaires. Sous cette hypothèse, le taux de croissance ω du mode k est calculé. Nous obtenons ainsi l'équation de dispersion $\omega(k)$.

L'analyse du signe du taux de croissance en fonction du nombre d'onde permet de conclure sur la stabilité de la dune. Dans son environnement, l'objet peut être perturbé par un bruit. Dans le cas d'une dune, ce bruit peut être dû par exemple aux variations du vent (turbulence) ou de la granulométrie. Un bruit peut se composer d'un spectre continu en longueur d'onde. Dans une analyse linéaire, chaque longueur d'onde va agir de façon découplée des autres. Si au moins un mode a un taux de croissance positif, alors la perturbation à ce nombre d'onde va s'amplifier et la dune sera instable.

De plus, quand la dune est instable, l'analyse de stabilité linéaire permet de prédire le mode qui va se développer. En effet, lorsque plusieurs modes ont un taux de croissance positif, c'est celui avec le taux de croissance le plus grand qui va croître le plus vite. Ainsi, tant que l'hypothèse de faible amplitude de la perturbation reste valide, l'approximation linéaire est valable, et c'est le mode au taux de croissance maximum qui se développe.

Lorsque la perturbation devient grande, l'hypothèse de faible amplitude n'est plus valable et les non-linéarités doivent alors être prises en compte pour décrire l'évolution du système.

2.3.1 Solution homogène : la dune transverse

Nous cherchons une solution sous la forme d'une dune de hauteur constante h_0 et qui avance à vitesse constante V_0 sous l'effet d'un flux de sédiment en entrée constant

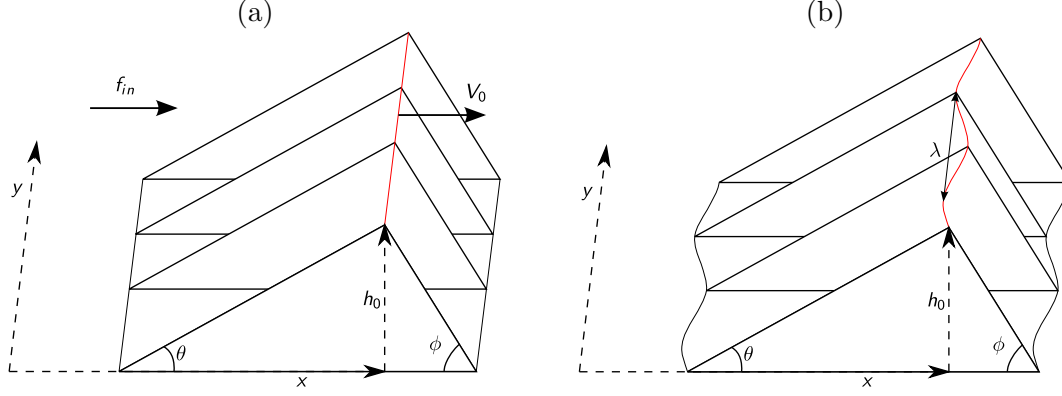


FIGURE 2.7 – Schéma d'une dune transverse rectiligne de hauteur h_0 qui avance à vitesse V_0 (a) et de la même dune dont la position de la crête est soumise à une perturbation de longueur d'onde $\lambda = \frac{2\pi}{k}$ (b).

et uniforme f_{in} (voir figure 2.7a) :

$$x_0 = V_0 t \quad h = h_0 \quad (2.14)$$

En injectant dans les équations (2.12a) et (2.12b), nous obtenons :

$$V_0 = qT_e(h_0)/h_0 \quad (2.15)$$

$$f_{in} = q(1 - T_e(h_0)) \quad (2.16)$$

Il faut noter que le flux de sédiment en entrée nécessaire à l'équilibre de la dune dépend de l'efficacité de la capture sur la face d'avalanche.

2.3.2 Étude de stabilité linéaire

Nous ajoutons aux composantes de la solution homogène trouvée précédemment des perturbations de faible amplitude, x_1 sur sa position et h_1 sur sa hauteur :

$$x(y, t) = x_0(t) + x_1(y, t) \quad h(y, t) = h_0 + h_1(y, t) \quad (2.17)$$

L'approximation linéaire suivante est réalisée :

$$T_e(h) = T_e(h_0) + h_1(y, t)T'_e(h_0) \quad (2.18)$$

où

$$T'_e(h_0) = \frac{dT_e}{dh}|_{h_0} \quad (2.19)$$

et nous notons :

$$\delta = \frac{h_0 T'_e(h_0)}{T_e(h_0)}. \quad (2.20)$$

En ne conservant que les termes d'ordre 1 en x_1 et h_1 , le système 2.13a se réduit au système suivant :

$$h_0 \partial_t X_1 + h_1 G_{V_0} = \frac{q}{h_0} \delta T_e(h_0) h_1 G_2 + q h_0 \sigma M_0 \partial_y^2 X_1 \quad (2.21)$$

avec

$$X_1 = \begin{pmatrix} x_1 \\ h_1 \end{pmatrix}, \quad G_{V_0} = \begin{pmatrix} V_0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.22)$$

L'étape suivante de l'analyse de stabilité linéaire consiste à supposer cette perturbation sinusoïdale :

$$x_1 = x_{10} e^{\omega t + i k y} + c.c. \quad h_1 = h_{10} e^{\omega t + i k y} + c.c. \quad (2.23)$$

x_{10} et h_{10} sont les amplitudes des perturbations, supposées infiniment petites. ω est le taux de croissance de la perturbation et k le nombre d'onde associé (voir figure 2.7b). La notation « *c.c.* » indique qu'il faut ajouter le complexe conjugué de l'expression de façon à obtenir un résultat dans l'espace réel. En injectant ces équations dans le système précédent, nous obtenons le système suivant :

$$\begin{pmatrix} \omega \frac{h_0^2}{q} + h_0^2 k^2 \sigma (C + B \rho) & T_e(h_0) - B \delta T_e(h_0) + \frac{BC}{A} h_0^2 k^2 \sigma (\rho - 1) \\ h_0^2 k^2 \sigma A (\rho - 1) & \omega \frac{h_0^2}{q} - A \delta T_e(h_0) + h_0^2 k^2 \sigma (B + C \rho) \end{pmatrix} X_{10} = 0 \quad (2.24)$$

Pour que le système ait une solution non nulle, le déterminant doit s'annuler, ce qui conduit à :

$$h_0^2 \omega^2 + q [\sigma (1 + \rho) h_0^2 k^2 - A \delta T_e(h_0)] \omega + A q^2 \sigma T_e(h_0) [1 - \rho - \delta] k^2 + q^2 h_0^2 \sigma^2 \rho k^4 = 0 \quad (2.25)$$

Cette équation du second degré en ω a deux racines ω_+ et ω_- :

$$\begin{aligned} 2\omega_{\pm} &= A \frac{q}{h_0^2} \delta T_e(h_0) - q(1 + \rho) \sigma k^2 \\ &\pm \frac{q}{h_0^2} \sqrt{A^2 \delta^2 T_e(h_0)^2 + \sigma^2 h_0^4 k^4 (\rho - 1)^2 + 2 A h_0^2 k^2 \sigma T_e(h_0) (\rho - 1) (2 - \delta)}. \end{aligned} \quad (2.26)$$

Remarque :

Dans cette partie traitant de l'analyse de stabilité linéaire, la fonction du taux de capture en fonction de la hauteur de la dune $T_e(h)$ est arbitraire. Le paramètre $\delta = \frac{h_0 T'_e(h_0)}{T_e(h_0)}$ est une mesure de la variation du taux de capture de la dune avec sa hauteur initiale. Dans le cas où T_e est une fonction arbitraire de la hauteur, δ peut prendre toutes les valeurs possibles entre $-\infty$ et $+\infty$.

ρ et σ étant par ailleurs des rapports de flux de sédiment, ils sont positifs.

2.3.3 Courbe de dispersion

Les relations de dispersion, qui donnent le taux de croissance ω d'une perturbation en fonction de son nombre d'onde k , permettent de prédire la stabilité de la solution homogène de départ (dune transverse de hauteur uniforme). En effet, s'il existe au moins un nombre d'onde k qui a un taux de croissance ω positif, une perturbation quelconque qui contiendrait ce nombre d'onde verrait ce mode croître en amplitude et se développer dans le système. La solution étudiée serait donc instable linéairement à une perturbation quelconque. Par contre, si pour tous les nombres d'onde k , les taux de croissance $\omega_{\pm}(k)$ sont négatifs, la dune transverse sera stable linéairement à toutes perturbations. Comme il suffit qu'un nombre d'onde ait un taux de croissance positif pour conclure, l'étude du mode le plus instable, c'est-à-dire le plus grand est suffisant. Nous réduisons notre étude au mode ω_+ . Plus précisément, nous étudions sa partie réelle, qui est responsable de la croissance du mode.

Nous cherchons à déterminer la stabilité de la dune transverse, ainsi que le mode le plus instable lorsque la dune est instable. Pour analyser la courbe de dispersion, nous étudions d'abord le comportement d'une dune 2D ($k=0$; § 2.3.3.1), le comportement à grand nombre d'onde (§ 2.3.3.2), puis le comportement à petit nombre d'onde (§ 2.3.3.3). Cela permet d'établir un diagramme de stabilité qui indique la stabilité en fonction des paramètres ρ et δ (§ 2.3.4).

2.3.3.1 Dune 2D

Le cas où la diffusion est négligée ($D_d = D_u = 0$) revient à étudier la stabilité d'une dune 2D, sans couplage latéral. C'est également équivalent à l'étude de la perturbation du mode homogène $k = 0$. D'après la relation de dispersion (équation 2.26), les taux de croissance associés à chacun des modes sont $\omega = 0$ et $\omega = A \frac{q}{h_0^2} \delta T_e(h_0)$. Nous identifions ces deux modes à l'évolution attendue pour des perturbations homogènes (i. e. indépendant de la variable y). Une perturbation homogène sur x consiste à faire

une translation de la dune. Cette perturbation sera donc toujours neutre pour le système et a donc un taux de croissance nul ($\omega = 0$).

Au contraire, une perturbation homogène sur h (augmentation ou diminution de la hauteur de la dune) ne va pas être neutre pour le système. Elle dépend du signe de δ , la dérivée du taux de capture sur la face d'avalanche :

- Si $\delta > 0$: une dune qui croît, capte encore plus de sédiment sur sa face d'avalanche, donc croît encore plus. La dune est instable, son taux de croissance est positif $\omega > 0$;
- Si $\delta < 0$: une dune qui croît, capte moins de sédiment sur sa face d'avalanche, donc décroît. La dune est stable à une perturbation, son taux de croissance est négatif $\omega < 0$.

Ce mode s'identifie avec le mode $\omega = A\delta T_e(h_0)\frac{q}{h_0^2}$. En conclusion le mode $k = 0$ est soit neutre ($\omega = 0$) ou a un taux de croissance fini et du signe de δ . Comme il suffit d'un nombre d'onde ayant un taux de croissance positif pour que la dune soit instable, nous déduisons que pour $\delta > 0$, la dune transverse est instable. Il reste à déterminer si le mode le plus instable est le mode $k = 0$ ou un mode de nombre d'onde fini.

Dans le cas $\delta \leq 0$, il faut poursuivre l'analyse pour déterminer la stabilité de la dune.

2.3.3.2 Développement à grand nombre d'onde

Regardons quel phénomène est dominant à grand nombre d'onde. En ne conservant que les termes dominants à grand nombre d'onde, l'équation de dispersion (équation 2.26) donne :

$$\omega_+ \approx -\sigma q k^2 \min(\rho, 1) \quad (2.27)$$

À grand k , la diffusion est le phénomène dominant et joue un rôle stabilisant. Les perturbations à grand nombre d'onde k , donc à petite longueur d'onde $\lambda = \frac{2\pi}{k}$, sont amorties par la diffusion. Les modes instables, s'ils existent, se situent donc à petit nombre d'onde. Pour déterminer la présence de ces modes instables, la courbe de dispersion est étudiée à petit nombre d'onde.

2.3.3.3 Développement à petit nombre d'onde

Nous nous mettons ici dans le cas δ non nul. Le cas $\delta=0$ est singulier et est traité au § 2.3.3.4. Nous cherchons les termes dominants à petit nombre d'onde. Pour cela, nous réalisons un développement de Taylor de l'équation de dispersion (équation 2.26)

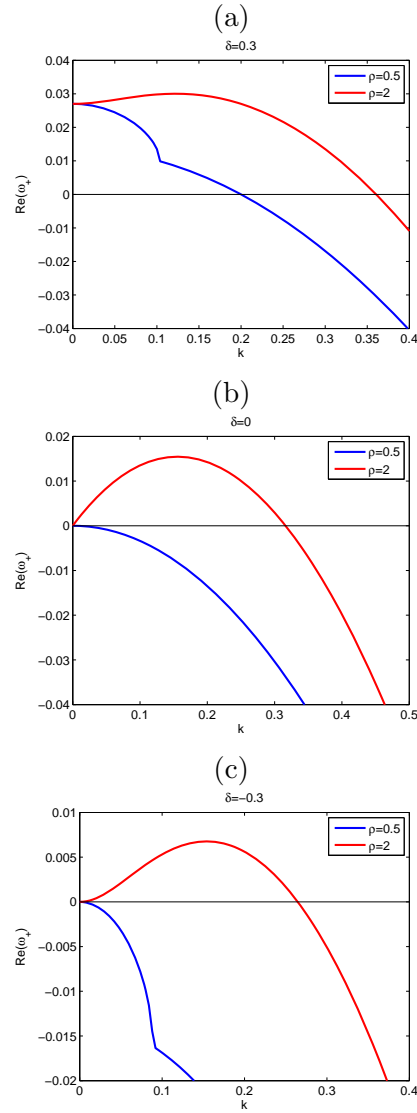


FIGURE 2.8 – Courbe de dispersion dans six cas particuliers : (a) $\delta = 0, 3$ pour $\rho = 0, 5$ et $\rho = 2$; (b) $\delta = 0$ pour $\rho = 0, 5$ et $\rho = 2$; (c) $\delta = -0, 3$ pour $\rho = 0, 5$ et $\rho = 2$. Les ruptures de pentes observées sur les courbes $\rho = 0, 5$ pour $\delta = \pm 0, 3$ sont dues à la présence de la racine carrée dans l'équation de dispersion (équation 2.26). Les paramètres utilisés pour tracer les courbes sont $A = 1/10$, $B = 4/5$ ($\theta = 7^\circ$, $\phi = 26^\circ$); $\sigma = 0, 5$; $T_e(h_0) = 0, 9$. k est adimensionné par $1/h_0$ et ω par q/h_0^2 .

pour les petits nombres d'onde :

$$2\omega_+ \approx \frac{q}{h_0^2} A \delta T_e(h_0) - (1 + \rho) \sigma q k^2 + A T_e(h_0) \frac{q}{h_0^2} |\delta| \left(1 + \frac{2(1 - \rho) T_e(h_0) (\delta - 2) A \sigma h_0^2 k^2}{A^2 \delta^2 T_e(h_0)^2}\right)^{1/2} \quad (2.28)$$

Deux cas sont à distinguer selon le signe de δ :

– Cas $\delta > 0$

$$\omega_+ \approx \frac{q}{h_0^2} A \delta T_e(h_0) - \sigma q k^2 \left[\rho + \frac{1 - \rho}{\delta}\right] \quad (2.29)$$

– Cas $\delta < 0$

$$\omega_+ \approx -\sigma q k^2 \left[1 + \frac{\rho - 1}{\delta}\right] \quad (2.30)$$

Pour $\delta > 0$, la courbe de dispersion part d'une valeur positive pour $k = 0$. Si ω croît avec k , le mode le plus instable sera pour un nombre d'onde k_{max} positif, mais si ω est décroissant, $k_{max} = 0$ (voir figure 2.8a). Nous montrons que ω croît si $\delta < \frac{\rho-1}{\rho}$ et décroît si $\delta > \frac{\rho-1}{\rho}$.

Pour $\delta < 0$, la courbe de dispersion débute par d'une valeur nulle à $k=0$. Si ω est croissant, la dune sera instable et le mode le plus instable sera pour un nombre d'onde k_{max} fini, mais si ω est décroissant, la dune sera stable (voir figure 2.8c). Nous montrons que ω croît si $\delta > 1 - \rho$ et décroît si $\delta < 1 - \rho$.

À petit nombre d'onde, la diffusion et la capture influencent toutes les deux le comportement de la courbe de dispersion. Les domaines de stabilité et la valeur de k_{max} dépendent donc des deux paramètres adimensionnés δ et ρ .

Avant de conclure sur la stabilité de la dune transverse, il reste à étudier le cas $\delta = 0$.

2.3.3.4 Cas particulier d'un taux de capture indépendant de la hauteur de la dune ($\delta=0$)

Ce cas est intéressant, car il sera utilisé pour simplifier le modèle lors de simulations ultérieures ou pour l'étude des barkhanes. Dans le cas d'un taux de capture indépendant de la hauteur $\delta = 0$, le taux de croissance prend cette forme :

$$2\omega_+ = -(1 + \rho) \sigma q k^2 + \frac{q}{h_0^2} \sqrt{\sigma^2 h_0^4 k^4 (\rho - 1)^2 + 4 A \sigma h_0^2 k^2 T_e(h_0) (\rho - 1)} \quad (2.31)$$

Dans le cas $\rho > 1$, à petit nombre d'onde, le terme dominant de la partie réelle de ω_+ est $\frac{q}{h_0} \sqrt{A \sigma T_e(h_0) (\rho - 1)} k$, donc linéaire en k et croissant.

De la même façon que précédemment, deux cas se distinguent (voir figure 2.8b) :

- Pour $\rho < 1$, la pente à l'origine est négative, le maximum de la courbe de dispersion est à mode $k = 0$ et a un taux de croissance nul ($\omega = 0$).
- Pour $\rho > 1$, la pente à l'origine est positive. Il existe un maximum de taux de croissance à nombre d'onde non nul.

2.3.4 Bilan de l'analyse de stabilité

2.3.4.1 Diagramme de stabilité

En regroupant le résultats énoncés précédemment, nous concluons sur la stabilité linéaire d'une dune transverse rectiligne. La stabilité de la dune dépend de deux paramètres : la diffusion sur les faces amont et aval de la dune, représentée par le paramètre $\rho = D_d/D_u$, et la variation du taux de capture sur la face d'avalanche avec la hauteur, représentée par le paramètre δ .

Dans le cas $\delta > 0$ (taux de croissance qui croît avec la hauteur de la dune), la dune transverse est toujours instable. Le mode le plus instable est, soit un mode à nombre d'onde fini k_{max} pour $\delta < \frac{\rho-1}{\rho}$, soit le mode homogène $k = 0$.

Dans le cas $\delta \leq 0$, la dune est instable si $\rho > 1 - \delta$. Le mode le plus instable est alors à nombre d'onde fini.

La dune transverse rectiligne est stable linéairement pour $\delta \leq 0$ et $\rho \leq 1 - \delta$. Les résultats de l'analyse de stabilité sont resumés sur la figure 2.9.

2.3.4.2 Valeurs remarquables

Mode le plus instable

À partir de l'équation de dispersion (équation 2.26), nous exprimons explicitement k_{max} et ω_{max} dans le cas $k_{max} \neq 0$. Nous nous plaçons donc dans les cas suivants :

$$\rho > 1 - \delta \quad \text{pour } \delta \leq 0 \quad (2.32a)$$

$$\rho > \frac{1}{1 - \delta} \quad \text{pour } 0 < \delta < 1 \quad (2.32b)$$

Le couple $(\omega_{max}; k_{max})$ est déterminé par les équations $\frac{d\omega}{dk}|_{k_{max}} = 0$ et $\omega_{max} = \omega(k_{max})$. La résolution du système d'équation conduit à obtenir les expressions de k_{max} et de ω_{max} :

$$k_{max} = \sqrt{\frac{AT_e(h_0)}{\sigma h_0^2}} \sqrt{\frac{\sqrt{\rho}(1 + \rho)\sqrt{1 - \delta} - \rho(2 - \delta)}{\rho(\rho - 1)}} \quad (2.33)$$

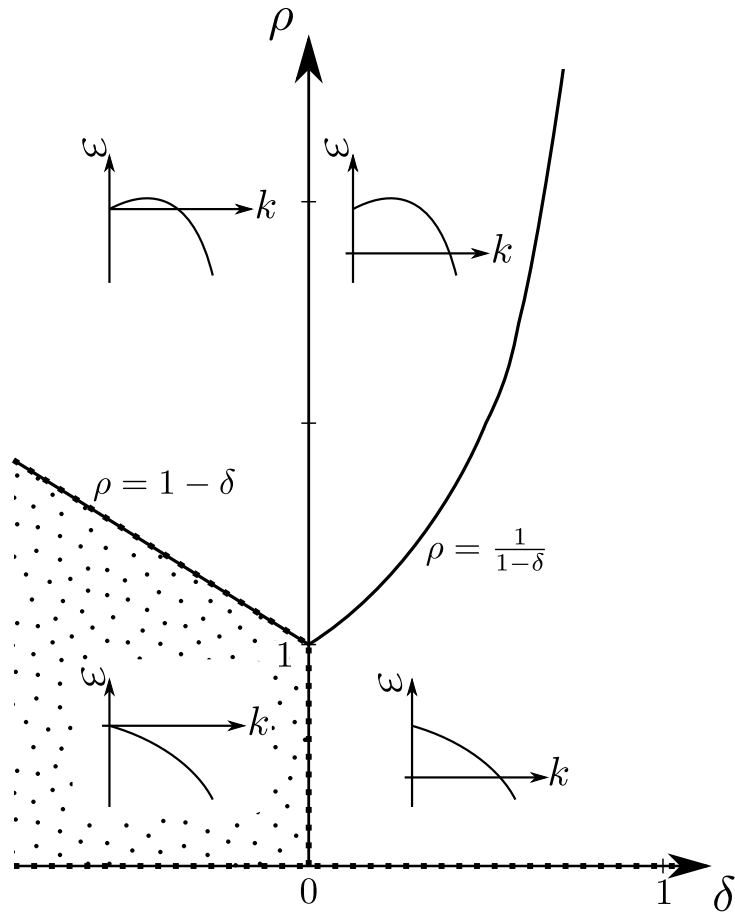


FIGURE 2.9 – Diagramme de stabilité de la dune transverse et allure de la courbe de dispersion en fonction des paramètres δ et ρ . ρ est le rapport des diffusions sur les faces amont et aval de la dune et δ caractérise la variation du taux de capture de la dune sur la face d'avalanche avec la hauteur de la dune. La courbe de dispersion représente la dépendance du taux de croissance ω d'une perturbation avec son nombre d'onde k . Si pour au moins un nombre d'onde k , le taux de croissance ω est positif, alors la dune transverse linéaire est instable. La zone de stabilité de la dune transverse est représentée par la zone et les courbes en pointillés.

$$\omega_{max} = \frac{AqT_e(h_0)}{h_0^2} \frac{(\sqrt{\rho} - \sqrt{1-\delta})^2}{\rho - 1} \quad (2.34)$$

Mode homogène

La valeur du taux de croissance ω_0 pour une perturbation homogène $k = 0$ est

$$\omega_0 = \frac{qAT_e(h_0)\delta}{h_0^2}. \quad (2.35)$$

Mode de coupure

Le mode de coupure $k_{cut-off}$ est le mode limitant la bande de modes instables. Il est défini par $\omega(k_{cut-off}) = 0$ et $k_{cut-off} \neq 0$ et s'exprime de la façon suivante :

$$k_{cut-off} = \sqrt{\frac{AT_e(h_0)}{\sigma h_0^2} \frac{\rho + \delta - 1}{\rho}} \quad (2.36)$$

2.3.4.3 Déphasage

Nous cherchons le déphasage entre les perturbations x_1 et h_1 . Une façon de l'exprimer est :

$$\frac{x_{10}}{h_{10}} = - \frac{h_0^2 \omega_+ - Aq\delta T_e(h_0) + qh_0^2 k^2 \sigma (B + C\rho)}{qh_0^2 k^2 A\sigma(\rho - 1)} \quad (2.37)$$

Lorsque la dune transverse est instable, le mode le plus instable (ω_{max} lorsqu'il existe ou ω_0) présente toujours une opposition de phase entre les composantes sur x et h . L'opposition de phase est une situation favorable à la déstabilisation de la dune transverse. En effet, en opposition de phase, une zone dont la position est en avance correspond à une hauteur faible. Or, une zone de faible hauteur avance plus vite donc augmente l'avancée de la zone. L'analyse du déphasage permet donc de retrouver la stabilité de la dune transverse.

2.3.4.4 Discussion

Les différents paramètres qui influencent la stabilité sont discutés, puis les résultats du modèle sont comparés à ceux présents dans la littérature. Enfin, les points forts du modèle présenté ici sont mis en avant.

Rôle du taux de capture

Comme indiqué lors de l'étude d'une dune 2D (§ 2.3.3.1) pour laquelle la diffusion latérale n'a pas d'influence, le taux de capture influence la stabilité de la dune via sa dérivée par rapport à la hauteur de la dune. Lorsque le taux de capture de sédiment est croissant avec la hauteur de la dune, une dune qui croît va pouvoir capter encore plus de sédiment et donc continuer sa croissance. Au contraire, lorsque le taux de capture de sédiment est décroissant avec la hauteur de la dune, une dune dont la hauteur augmente va capter moins de sédiment, ce qui conduit à une décroissance de la hauteur de la dune.

Un taux de capture croissant avec la hauteur de la dune est le comportement attendu par Momiji et Warren (2000). Dans ce cas, le modèle prédit qu'une dune transverse est instable.

Si le cas $\delta < 0$ semble peu réaliste dans le cas d'un écoulement éolien, il n'est pas exclu que dans le cas des dunes subaquatiques, l'interaction entre les structures aquatiques et la surface libre puisse perturber la capture dans la face aval de la dune. Des situations où la capture diminue avec la hauteur de la dune pourraient alors se présenter. Dans ce cas, une dune transverse est linéairement stable, si $\delta < 1 - \rho$.

Une autre situation pour laquelle une dune transverse peut être stable est le cas d'un taux de capture qui ne dépend pas de la hauteur de la dune. Ce cas peut se rencontrer pour un taux de capture constant et égal à 1 ($\delta = 0$). C'est cette configuration qui est considérée dans les modèles utilisés jusque là pour montrer l'instabilité des dunes transverses rectilignes (Melo *et al.*, 2012; Parteli *et al.*, 2011). Dans cette situation, notre modèle prédit que la stabilité dépend des rapports des taux de diffusion des faces amont et aval. La dune est stable si $\rho < 1$.

Rôle de la diffusion latérale

Tout d'abord, à grand k , la diffusion latérale joue son rôle stabilisant. Une perturbation de grand nombre d'onde, donc de petite longueur d'onde sera lissée par la diffusion. Cependant, pour des longueurs d'onde plus grandes, c'est le rapport des coefficients de diffusion sur les faces amont et aval qui va piloter la stabilité de la dune transverse.

Le transport latéral sur la face amont a toujours un rôle stabilisateur. Au contraire, le transport latéral sur la face aval, couplé avec le phénomène de migration inversement proportionnel à la hauteur de la dune, peut avoir un effet déstabilisant. Ainsi, une section de dune localement en avance par rapport au reste de la dune, va perdre de la masse sous l'effet de redistribution de sédiment sur la face aval. Comme cette section va perdre de la masse, sa hauteur va décroître. Or, sa hauteur étant plus faible, sa vitesse de déplacement est plus grande. La section qui était déjà en avance sur le reste

de la dune va donc renforcer son avance ; le transport latéral de sédiment sous le vent est déstabilisant. Le modèle prévoit la stabilité de la dune transverse dans le cas où la diffusion sur la face aval est plus forte que celle sur la face amont.

La diffusion latérale est liée à divers phénomènes comme les avalanches, la déflexion de la vitesse du vent, la saltation et le processus de splash. Des processus qui peuvent intensifier le transport de sédiment latéral sur la face amont comme des vortex ou des fluctuations de la vitesse peuvent stabiliser une dune transverse. De même, comme c'est le rapport des coefficients de diffusion sur les faces amont et aval qui pilote la stabilité, les mécanismes qui diminuent la diffusion sur la face aval peuvent également stabiliser la dune transverse.

Rôle des pentes amont et aval

Il est intéressant de noter que certains paramètres n'ont pas d'influence sur la stabilité de la dune transverse. Une hypothèse du modèle est de supposer que les angles des pentes amont et aval de la dune sont constants. Ces angles n'influencent aucunement la stabilité de la dune transverse. Cependant, si ces angles dépendent de la hauteur de la dune, notamment l'angle amont, notre étude n'est plus valable.

Comparaison avec l'analyse de stabilité numérique de Parteli *et al.* (2011)

Parteli *et al.* (2011) étudient la stabilité linéaire d'une dune transverse à l'aide d'un modèle continu, qui couple les équations de l'hydrodynamique avec un modèle de transport de sédiment. Les équations sont résolues numériquement. Des conditions périodiques sont imposées dans la direction perpendiculaire au vent et le flux de sédiment en amont de la dune est nul.

Parteli *et al.* (2011) montrent que les dunes se déstabilisent et se fragmentent quelles que soient les valeurs de la longueur d'onde de la perturbation. Le taux de croissance ne dépend pas de la longueur d'onde de la perturbation. Le même comportement est observé lorsque la perturbation initiale est aléatoire. Dans une configuration identique ($f_{in} = 0$ et $\delta = 0$), notre modèle de crête de dune prédit qu'il existe une bande finie de modes instables.

Le taux de croissance trouvé est proportionnel au rapport du flux de transport saturé et de la hauteur de la dune au carré, de façon similaire à notre modèle. Leur modèle conduit à $\omega \approx 0,32 \frac{q}{h_0^2}$ tans dis que le nôtre prédit que le taux de croissance du mode le plus instable est $\omega_{max}(T_e = 1, \delta = 0) = \frac{Aq}{h_0^2} \frac{\sqrt{\rho}-1}{\sqrt{\rho}+1}$. La comparaison des deux prédictions donne ρ autour de 5. Cette valeur est cohérente avec celle déterminée par les mesures sur les dunes de terrain (voir § 2.6).

Comparaison avec l'analyse de stabilité de la face aval d'une dune transverse de Melo *et al.* (2012)

Melo *et al.* (2012) réalisent l'analyse de stabilité d'une dune transverse en résolvant la forme de la face aval de la dune. Ils considèrent que la face aval est un piège à sédiment parfait. Ils imposent une petite perturbation de la masse de la dune dans la direction perpendiculaire au vent. À partir de la relation entre la vitesse de la dune et sa hauteur, ils déduisent une équation pour la forme de la face aval, sur laquelle les flux latéraux de sédiment sont calculés. Une condition pour décrire les avalanches est introduite, qui permet de calculer le transport de sédiment qu'elles induisent. Ils trouvent ainsi que le taux de croissance d'une perturbation varie linéairement avec son nombre d'onde :

$$\omega = k \sqrt{\frac{cV_a \sin \phi}{\sqrt{S_0}}} \quad (2.38)$$

où ϕ est l'angle d'avalanche, V_a la vitesse caractéristique des avalanches, S_0 l'aire initiale de la section de dune et c un flux qui relie la vitesse d'avancé de la dune V_0 à sa taille ($V_0 = 2c/\sqrt{S_0}$).

Comme ils ne considèrent que le transport de sédiment sur la face aval et que la capture de sédiment est complètement efficace, cela revient à se placer dans les conditions $T_e=1$, $\delta=0$ et $D_u=0$. Dans ce cas particulier, notre modèle prédit également une dépendance linéaire du taux de croissance avec le nombre d'onde :

$$\omega_+(T_e = 1, \delta = 0, D_u = 0) = k \sqrt{\frac{qAD_d}{h_0^2}} \quad (2.39)$$

Pour les deux prédictions, l'amplitude du taux de croissance est la combinaison de trois termes différents :

- un terme lié à l'action de l'écoulement sur la dune (le paramètre c pour Melo et le flux de sédiment à la crête q dans notre modèle),
- un terme lié à la géométrie de la dune (le sinus de l'angle d'avalanche pour Melo et le paramètre A dans notre modèle),
- un terme lié au transport de sédiment sur la face aval ($V_a/\sqrt{S_0}$ pour Melo et D_d/h_0^2 dans notre modèle).

En comparant les expressions 2.38 et 2.39 de ces deux prédictions, nous pouvons donner une expression du coefficient de diffusion D_d :

$$D_d = S_0 \frac{V_a}{L_s} \quad (2.40)$$

avec L_s la longueur de la face d’avalanche. V_a/L_s représente donc le temps mis par une avalanche pour parcourir toute la face aval. La vitesse d’une avalanche est de l’ordre de \sqrt{gd} (Rajchenbach, 2005). Le terme S_0/L_s est de l’ordre de grandeur de la hauteur de la dune h . La comparaison entre le modèle de Melo et celui développé ici conduit donc à l’approximation suivante pour D_d :

$$D_d \approx h\sqrt{gd} \quad (2.41)$$

Avec des valeurs typiques ($h \approx 1 \text{ m}$, $g \approx 10 \text{ m.s}^{-2}$, $d \approx 100 \text{ }\mu\text{m}$), nous obtenons $D_d \approx 10^6 \text{ m}^2/\text{an}$. Cette valeur est anormalement élevée (voir § 2.6). Dans le modèle de Melo *et al.* (2012), les avalanches se produisent en continu. Or, sur une dune, les avalanches ne sont pas actives en continu. Pour trouver une valeur plus pertinente, il faut multiplier la valeur trouvée par la fraction de temps pendant lesquelles les avalanches sont actives.

Comparaison avec l’automate cellulaire (Narteau *et al.*, 2009; Zhang *et al.*, 2010)

Dans le modèle d’automate cellulaire utilisé par Narteau *et al.* (2009), la diffusion latérale est caractérisée par un taux de transition Λ_d identique sur les faces amont et aval de la dune. Sur la face aval, les avalanches contribuent également à la dispersion latérale du sédiment. Plus l’écoulement est fort, plus les dunes sont hautes et donc plus la taille des avalanches augmente, ainsi que leur capacité à répartir latéralement le sédiment.

Dans cette approche, le flux transversal de sédiment sur la face aval de la dune est donc nécessairement plus important que celui sur la face amont. Dans notre modèle, cela correspond à un paramètre ρ supérieur à 1, zone dans laquelle nous montrons que les dunes sont instables.

Zhang *et al.* (2010) ont étudié l’influence du taux de transition Λ_d sur la stabilité d’un champ de dunes transverses. La quantité de sédiment perdue est réinjectée uniformément en amont de la dune. Ils montrent que les dunes sont plus rectilignes pour un taux de transition plus grand. Cette étude met en avant le rôle de restabilisation de la crête apporté par la diffusion.

Dans leur modèle, la diffusion sur la face amont est liée uniquement au taux de transition Λ_d , alors que la diffusion sur la face aval comporte en plus une contribution due aux avalanches : $\Lambda_d + \Lambda_{aval}$. Lorsqu’ils augmentent le taux de transition Λ_d , cela a pour effet de faire tendre le rapport de la diffusion totale aval sur la diffusion amont $(\Lambda_d + \Lambda_{aval})/\Lambda_d$ vers 1. C’est l’équivalent dans notre modèle à un paramètre ρ qui tend

vers 1. Or, notre modèle montre que plus ρ est proche de 1, plus la dune transverse rectiligne se rapproche de son domaine de stabilité. Même si leur modèle considère un champ de dunes et non une dune isolée comme le nôtre, les deux modèles sont donc en accord sur cette prédiction : lorsque le rapport de la diffusion sur la face aval sur celle de la face amont tend vers 1, la dune est plus stable.

Apport du modèle proposé

Le modèle proposé permet d'aborder la question de la stabilité d'une dune transverse à l'aide de paramètres macroscopiques. L'étude permet d'identifier les paramètres pertinents qui agissent sur la stabilité de la dune transverse rectiligne : le rapport des coefficients de diffusion latérale de sédiment sur les deux faces de la dune et le taux de capture de sédiment.

Les modélisations de la littérature de la dune transverse montrent que celle-ci est instable. De plus, à notre connaissance, aucune dune transverse rectiligne isolée sous écoulement unidirectionnel éolien ou aquatique n'a été observée. Notre modèle permet de déterminer les conditions pour lesquelles les dunes transverses sont instables : il suffit que le taux de capture soit croissant avec la hauteur de la dune. Lorsque le taux de capture ne varie pas avec la hauteur de la dune, elle est également stable si le coefficient de diffusion sur la face aval est supérieur à celui sur la face amont. De plus, notre modèle permet de calculer de façon analytique le mode le plus instable linéairement.

Notre modèle permet également de prédire que dans certaines conditions la dune transverse rectiligne isolée peut être stable. Ainsi, dans des conditions où la diffusion sur la face amont serait dominante par rapport à celle sur la face aval, et pour un taux de capture indépendant de la hauteur de la dune, le modèle prévoit la stabilité de la dune transverse.

De façon à compléter l'étude de stabilité linéaire, les équations du modèle sont résolues numériquement. Cela permet d'étudier le comportement d'une dune aux temps longs, quand les non-linéarités ne sont plus négligeables.

2.4 Résolution numérique

Après avoir présenté le modèle et étudié la stabilité linéaire des dunes transverses rectilignes, nous étudions le comportement aux temps longs de la dune par résolution numérique des équations.

2.4.1 Méthode de discrétisation

Nous nous plaçons dans le cas d'un apport de sédiment f_{in} constant. À partir du système initial d'équations 2.13a, les équations sont réécrites dans le référentiel lié à la dune de hauteur h_0 . À l'équilibre avec les conditions de flux, la dune se déplace à la vitesse $V_0 = qT_e(h_0)/h_0 = (q - f_{in})/h_0$ et la nouvelle variable $x_1 = x - V_0t$ est introduite. Le système d'équations est réécrit pour les variables x_1 et h :

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} h\partial_t x_1 \\ \partial_t \frac{h^2}{2} \end{pmatrix} &= q(T_e(h) - T_e(h_0)) \begin{pmatrix} B \\ A \end{pmatrix} - q\left(1 - \frac{h}{h_0}\right) \begin{pmatrix} T_e(h_0) \\ 0 \end{pmatrix} \\ &\quad + \sigma q M_0 \partial_y (h \partial_y \begin{pmatrix} x(t) \\ h(t) \end{pmatrix}) \end{aligned} \quad (2.42)$$

Les équations sont ensuite discrétisées et intégrées numériquement (voir annexe B.1).

Dans la résolution numérique, il faut veiller à ce que la hauteur de la dune reste positive ($h > 0$). Le traitement numérique employé pour contraindre h à rester positif, doit faire en sorte de respecter la conservation du volume de la dune (voir détail dans l'annexe B.2).

Deux longueurs caractérisent la discrétisation : la largeur de la boîte de simulation L_b et la résolution spatiale Δy . Ces deux longueurs introduisent deux nombres d'onde de coupure $k_{b,min} = \frac{2\pi}{L_b}$ et $k_{b,max} = \frac{2\pi}{\Delta y}$. Les seuls modes qui vont pouvoir se développer dans le système sont ceux dont les nombres d'onde sont compris entre ces deux valeurs.

2.4.2 Stratégie de résolution

Nous nous intéressons ici à l'évolution aux temps longs des dunes instables linéairement. Nous utilisons l'expression du taux de capture T_e défini par la fonction de la hauteur linéaire par morceaux de l'équation 2.6. Cette équation définit donc deux régimes pour les dunes : les petites dunes dont la hauteur initiale est inférieure ou égale à h_c et pour lesquelles T_e est linéaire avec la hauteur de la dune ; et les grandes dunes dont la hauteur initiale est supérieure à h_c et pour lesquelles T_e est constant égal à 1, du moins tant que la dune reste proche de son état initial.

Nous perturbons la dune transverse rectiligne initiale en ajoutant une perturbation de moyenne nulle dont nous faisons varier l'amplitude :

$$x(y, t = 0) = \epsilon_x R \quad h(y, t = 0) = h_0 + \epsilon_h R \quad (2.43)$$

avec ϵ_x l'amplitude de la perturbation sur x , ϵ_h l'amplitude de la perturbation sur h . R est un vecteur pseudo aléatoire uniformément distribué entre -1 et 1, généré par la routine Matlab `rand`. Une fois généré, ce vecteur est utilisé pour toutes les perturbations réalisées. Dans certaines conditions, une perturbation sur h peut changer le volume de la dune (voir annexe B.3), mais nous considérons qu'au premier ordre, le volume est conservé.

2.4.3 Sélection de la longueur d'onde

Lorsqu'une perturbation sur la hauteur ou la position de la crête de dune est imposée, nous observons que la crête de la dune se déforme (la dune se déstabilise, voir figure 2.10a,c ; 2.11a,c), ce qui conduit à sa fragmentation.

Nous étudions en détail le mode prédominant au cours de l'évolution de la dune. Pour caractériser le mode qui émerge, l'autocorrélation spatiale de la crête est calculée. La distance qui correspond au maximum de l'autocorrélation est la longueur d'onde du mode principal. Le nombre d'onde associé est représenté sur les figures 2.10b,d ; 2.11b,d.

Pour les grandes dunes ($T_e=1$), d'après l'analyse de stabilité linéaire, le mode le plus instable k_{max} va émerger dans le système. Le nombre d'onde qui s'impose au début de l'évolution est proche de $k_{b,min}$ le nombre d'onde le plus petit qui peut exister dans le système. Ensuite un mode autour du mode le plus instable k_{max} prédomine. Selon l'amplitude de la perturbation, k_{max} émerge avant la fragmentation (voir figure. 2.10b ; $\epsilon_h=0,01h_0$), ou après la fragmentation (voir figure. 2.10d ; $\epsilon_h=0,4h_0$).

Pour les petites dunes ($T_e=h/h_c$), l'analyse de stabilité linéaire prédit une bande de nombres d'onde instables, les plus instables étant les nombres d'onde les plus petits. Lorsque nous calculons l'évolution d'une petite dune, nous observons également que la perturbation de la crête augmente jusqu'à fragmentation de la dune (voir figure 2.11a,c). Le mode sélectionné par le système est dans la bande de nombres d'onde instables (voir figure 2.11).

Dans toutes les configurations étudiées ($10^{-6}h_0 < \epsilon_h < h_0$ à $\epsilon_x=0$; $10^{-6}h_0 < \epsilon_x < h_0$ à $\epsilon_h=0$; $0 < h_c/h_0 < 10$), les dunes rectilignes, soumises à une perturbation de moyenne nulle, se fragmentent. L'analyse de stabilité linéaire prévoit que ces configu-

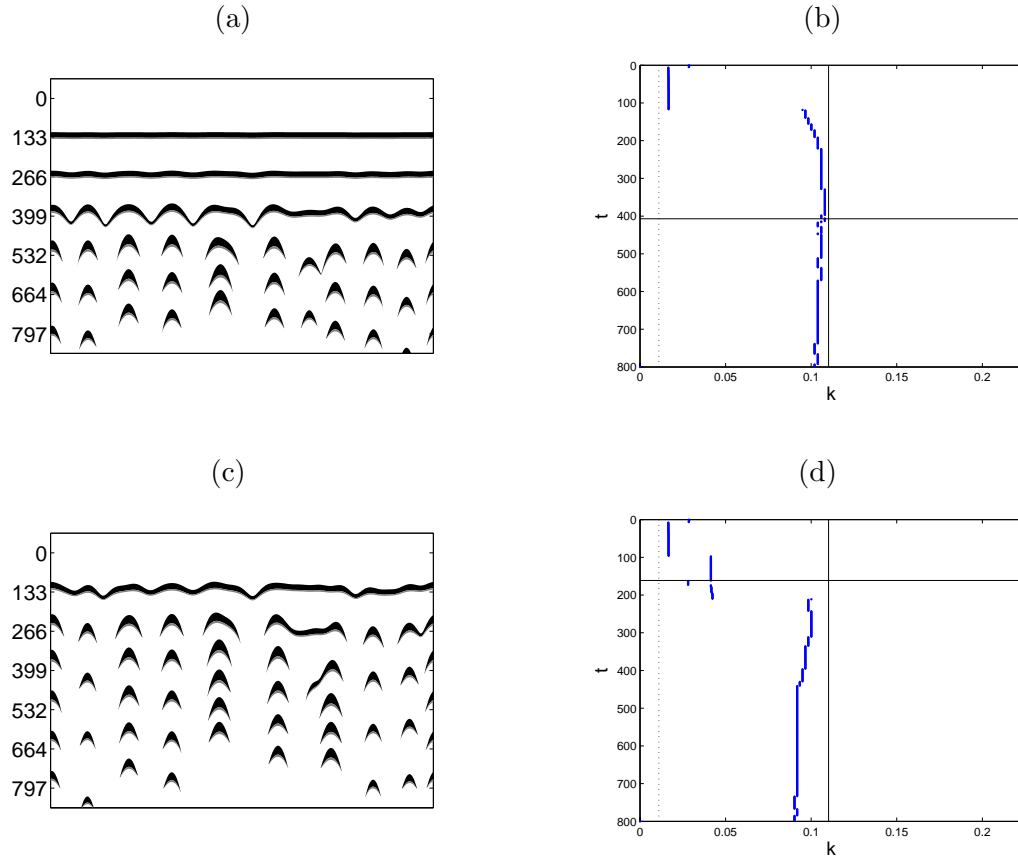


FIGURE 2.10 – Évolution temporelle d'une grande dune transverse ($T_e=1$) soumise à une perturbation aléatoire sur la hauteur de la crête h (a) et (c) et l'évolution correspondante de la longueur d'auto-corrélation de la crête (b) et (d) pour deux amplitudes de perturbation différentes. Sur les graphiques (b) et (d), la ligne verticale continue est le mode le plus instable k_{max} , la ligne verticale pointillée est $k_{b,min}$, la ligne horizontale est le temps de fragmentation t_f . Paramètres de résolution : $A=1/10$, $B=4/5$, $k_{b,min}=\frac{k_{max}(\delta=0)}{10}$, $h_c=0$, $\rho=2$, $D_u=q$, $L_b/dy=500$, $\epsilon_x=0$, (a-b) $\epsilon_h=0,01h_0$ et (c-d) $\epsilon_h=0,4h_0$. Dans chaque simulation, la perturbation initiale ne varie que par son amplitude.

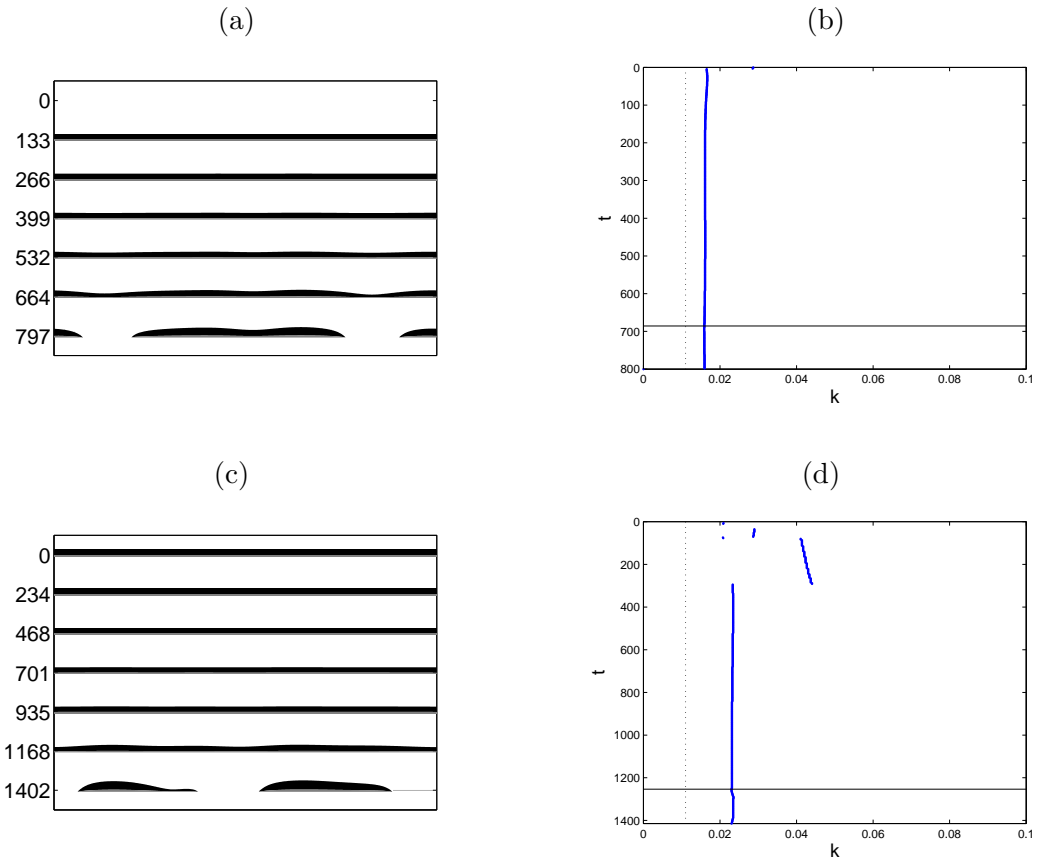


FIGURE 2.11 – Évolution temporelle d'une petite dune transverse ($T_e=h/h_c$) soumise à une perturbation aléatoire sur la hauteur de la crête h (a) et (c) et l'évolution correspondante de la longueur d'auto-corrélation de la crête (b) et (d) pour deux amplitudes de perturbation différentes. Sur les graphiques (b) et (d), la ligne verticale pointillée est $k_{b,min}$, la ligne horizontale est le temps de fragmentation t_f . Paramètres de résolution : $A=1/10$, $B=4/5$, $k_{b,min}=\frac{k_{max}(\delta=0)}{10}$, $h_0=h_c/10$, $\rho=2$, $D_u=q$, $L_b/dy=500$, (a-b) $\epsilon_x=0$, $\epsilon_h=0,01h_0$ (c-d) $\epsilon_h=0$, $\epsilon_x=0,01h_0$

rations sont instables. Les non-linéarités ne permettent pas l'arrêt de la croissance de la perturbation.

2.4.4 Temps de fragmentation

Nous avons vu que l'évolution d'une dune aux temps longs conduit à sa fragmentation. Nous étudions ici la dépendance du temps de fragmentation avec les paramètres de la perturbation. Le temps de fragmentation t_f est défini comme le temps auquel la crête de la dune touche le fond non érodable en un point.

Les résultats de la résolution numérique aux temps longs montrent que le temps de fragmentation dépend de façon logarithmique des amplitudes des perturbations ϵ_x et ϵ_h (voir figure 2.12).

Nous allons comparer les temps de fragmentation donnés par la résolution numérique et ceux dérivés de l'analyse de stabilité linéaire. Le temps de fragmentation est solution de l'équation $\min(h(t_f, y))=0$. Pour en donner une approximation littérale, nous supposons qu'un seul mode se développe dans le système ω_+ (toujours prédominant devant ω_-).

Pour les grandes dunes (par rapport à h_c), le mode prédominant est k_{max} , qui croît au taux de croissance ω_{max} . Si la perturbation est sur x uniquement, alors :

$$\omega_{max}t_f = -\ln\left(\frac{\epsilon_x}{h_0}\right) + f(k_{max}), \quad (2.44)$$

et si elle n'est que sur h , alors :

$$\omega_{max}t_f = -\ln\left(\frac{\epsilon_h}{h_0}\right) + g(k_{max}) \quad (2.45)$$

avec f et g des fonctions de k_{max} .

Pour les petites dunes (toujours par rapport à h_c), le mode dominant est à petit nombre d'onde k et croît à un taux de croissance de l'ordre de ω_0 . Le temps de fragmentation va donc dépendre de la perturbation initiale : $\omega_0 t_f = -\ln\left(\frac{\epsilon_h}{h_0}\right) + cst$, $\omega_0 t_f = -\ln\left(\frac{\epsilon_x}{h_0}\right) + cst$.

La dépendance du temps de fragmentation avec les paramètres ϵ_x et ϵ_h déduit de l'analyse de stabilité linéaire est en bon accord avec les résultats de la résolution numérique aux temps longs (voir figure 2.12). La dépendance logarithmique est bien retrouvée. Cependant, le temps de fragmentation prédit est plus grand que celui obtenu par résolution. Les modes non dominants et les non-linéarités contribuent à la croissance de la dune et accélèrent sa fragmentation.

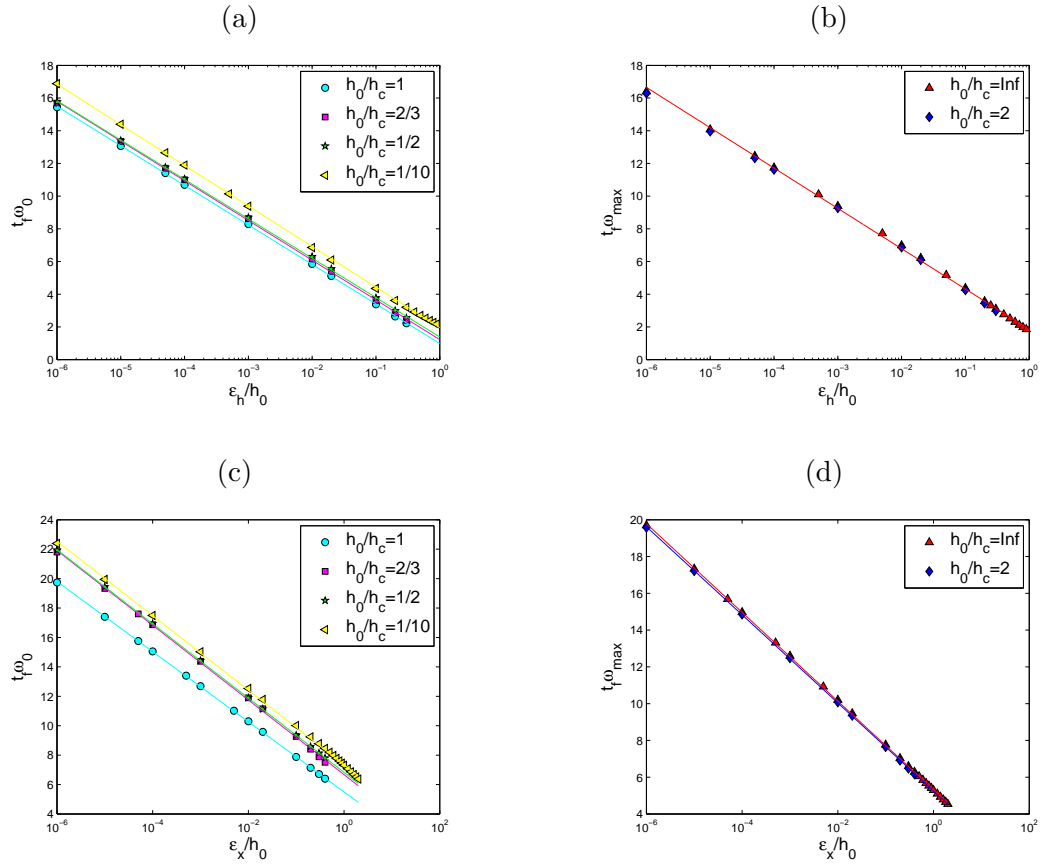


FIGURE 2.12 – Temps de fragmentation adimensionné par le taux de croissance du mode dominant en fonction de : (a) et (b) l'amplitude de la perturbation sur h , ϵ_h/h_0 ; (c) et (d) l'amplitude de la perturbation sur x , ϵ_x/h_0 . Le taux de croissance pour adimensionner le temps de fragmentation est ω_0 pour les petites dunes (a) et (c) et ω_{max} pour les grandes dunes (b) et (d). Paramètres de résolution : $A=1/10$, $B=4/5$, $k_{b,min}=\frac{k_{max}(\delta=0)}{10}$, $\rho=2$, $D_u=q$, $L_b/dy=500$ et (a-b) $\epsilon_x=0$, (c-d) $\epsilon_h=0$.

2.4.5 Rôle des non-linéarités

Pour étudier le rôle des non-linéarités, nous examinons numériquement l'évolution aux temps longs des dunes en négligeant les non-linéarités dans les équations du modèle. Pour cela, nous partons toujours d'un état initial correspondant à une dune stationnaire sur laquelle nous ajoutons une perturbation aléatoire. Nous prenons ici en compte tous les modes de la perturbation, mais nous calculons l'évolution de chaque mode de façon linéaire. Le profil initial est décomposé dans le domaine spectral. Chaque mode k voit son amplitude évoluer sous l'effet des taux de croissance ω_+ et ω_- . Le profil à un instant donné est reconstruit à partir du nouveau spectre obtenu.

Dans le cas d'une grande dune dont la hauteur de la crête est perturbée, les spectres et le profil de hauteur de la crête sont représentés sur la figure 2.13. La reconstruction linéaire est suffisante pour représenter la dune à la moitié du temps de fragmentation. Mais peu avant la fragmentation, la reconstruction linéaire ne permet pas de rendre compte de la forte déformation de la crête, notamment pour $h \approx 0$.

Les effets non-linéaires jouent donc un rôle prépondérant dans la fragmentation.

2.4.6 Apport de la résolution numérique

Grâce à la discrétisation des équations, nous avons vu que les dunes instables linéairement se déstabilisent jusqu'à la fragmentation. Les effets non-linéaires ne compensent pas la croissance linéaire de la perturbation et ont tendance à accélérer la fragmentation.

L'ordre de grandeur du mode dominant est bien prédit par l'analyse de stabilité linéaire, et si l'amplitude de la perturbation est grande par rapport à la hauteur de la dune, la fragmentation peut avoir lieu avant que le mode le plus instable linéairement soit complètement développé.

Que les perturbations aléatoires initiales soient imposées sur la position de la crête ou sa hauteur, ne change pas l'évolution aux temps longs. Dans le cas d'une dune réelle, les perturbations de plus faibles amplitudes peuvent être dues par exemple à la nature discrète du matériau qui forme la dune, le sable. Nous supposons ainsi que les dunes sont soumises à des perturbations dont l'amplitude est de quelques diamètres de grains de sable, ce qui fait un rapport de l'ordre de 10^4 entre la hauteur de la dune et l'amplitude de la perturbation. Parteli *et al.* (2011) ont supposé que l'amplitude de la perturbation peut également être de l'ordre de la rugosité de la dune vue par l'écoulement soit $d/20$. Cependant, à l'échelle de la dune, les fluctuations du vent et les irrégularités du terrain sont des perturbations à plus grande amplitude qui vont

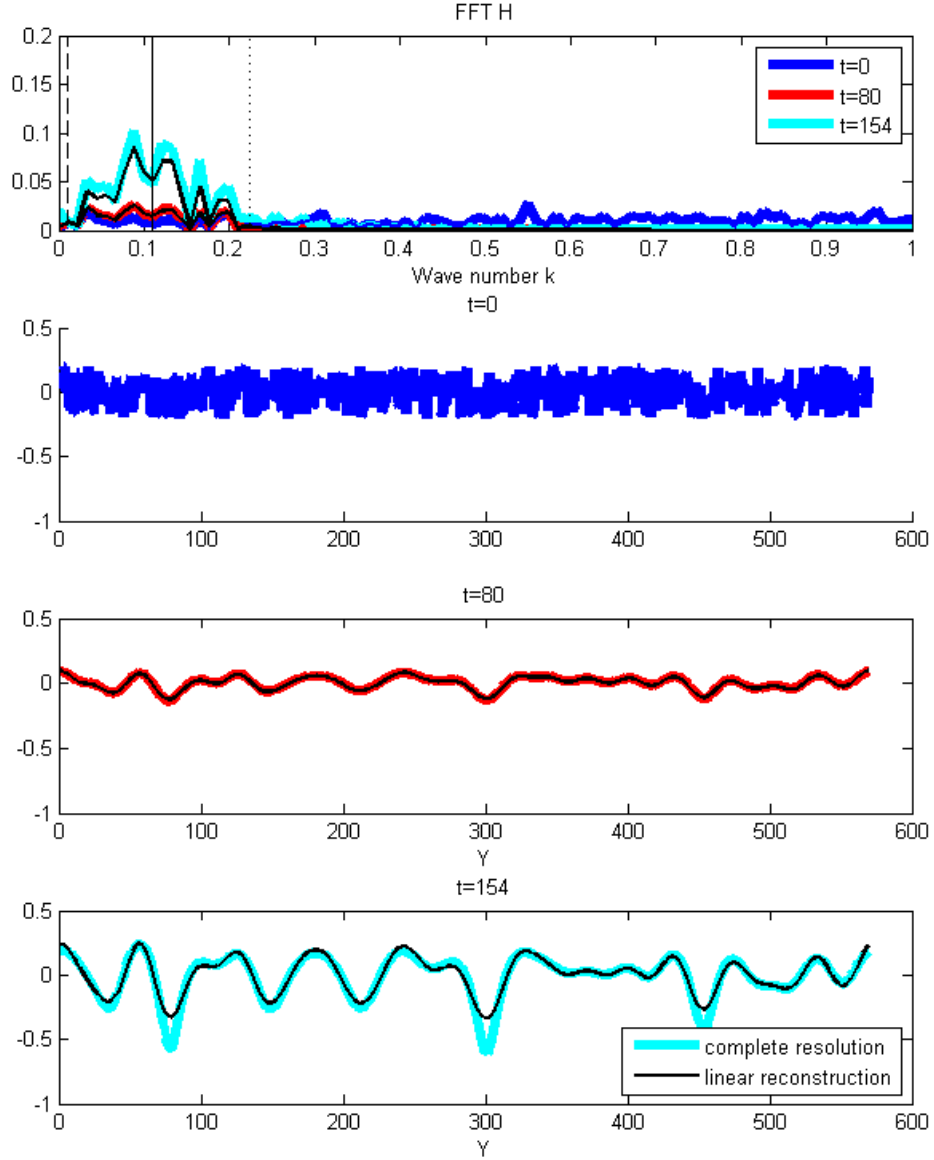


FIGURE 2.13 – Le premier graphique présente l'amplitude des modes présents sur la hauteur de la crête, à trois instants ($t=0$ en bleu, $t=80h_0^2/q$ en rouge et $t=154h_0^2/q$ soit peu avant la fragmentation ($t_f=161h_0^2/q$)). Les lignes noires correspondent aux modes des profils reconstruits linéairement. Sur le premier graphique, la ligne verticale continue est le mode le plus instable k_{max} , la ligne verticale pointillée est $k_{cut-off}$, la ligne verticale en tireté est le temps de fragmentation $k_{b,min}$. Le second graphique présente l'amplitude de la perturbation initiale. Les deux derniers graphiques présentent l'amplitude de la déformation de la hauteur de la crête, ainsi que celle obtenue par reconstruction linéaire (trait noir) respectivement à $t=80h_0^2/q$ et à $t=154h_0^2/q$. Paramètres de résolution : $A = 1/10$, $B = 4/5$, $k_{b,min} = \frac{k_{max}(\delta=0)}{10}$, $h_c = 0$, $\rho = 2$, $D_u = q$, $L_b/dy = 500$, $\epsilon_x=0$, $\epsilon_h = 0.4h_0$.

pouvoir déstabiliser la dune. Le rapport de la hauteur de la dune sur l'amplitude des perturbations peut alors atteindre des valeurs de l'ordre de 10^2 .

Parteli *et al.* (2011) ont également trouvé un temps de fragmentation qui varie en logarithme de l'amplitude de la perturbation. Dans notre modèle, la seule échelle de longueur est la hauteur de la dune et l'échelle temporelle se construit à partir du flux au sommet de la dune. La loi d'échelle du temps de fragmentation est donc en h_0^2/q .

Les dunes transverses rectilignes instables se fragmentent en dunes isolées en forme de croissant. Ces dunes, les barkhanes, font l'objet de la partie suivante.

2.5 Barkhanes

Les barkhanes sont des dunes formées sous l'effet d'un vent unidirectionnel, sur un substrat plat non érodable et avec une faible présence de sédiment. Elles ont une forme caractéristique de croissant avec les cornes pointant dans le sens de l'écoulement. Nous cherchons à déterminer les formes stationnaires des barkhanes à partir de notre modèle, soit de façon analytique quand c'est possible, soit par résolution numérique. Dans toute cette partie, les barkhanes seront étudiées sous l'hypothèse que le flux de sédiment amont est constant et uniforme dans la direction transverse.

2.5.1 Résolution analytique

De part la forme de la barkhane, la hauteur de sa crête s'annule au niveau des cornes et atteint son maximum sur son axe de symétrie. Aux niveaux des cornes le taux de capture va être faible, alors qu'au sommet de la barkhane, il peut être plus efficace. Il faut donc prendre en compte dans notre modèle la variation du taux de capture avec la hauteur de la barkhane. Dans une première approche, nous allons étudier la morphologie des barkhanes dans deux cas limites : lorsque le taux de capture croît linéairement avec la hauteur de la dune et lorsqu'il est constant.

Des études de terrain sur la forme des barkhanes (Hersen, 2004b; Sauermann *et al.*, 2000) montrent que les barkhanes ont un profil parabolique. Nous allons donc chercher des solutions paraboliques stationnaires pour le profil de la barkhane.

2.5.1.1 Taux de capture indépendant de la hauteur de la dune

Nous supposons ici que le taux de capture est indépendant de la hauteur de la dune. Nous cherchons une solution de notre barkhane sous la forme suivante :

$$x(y, t) = \kappa_x y^2 + V_B t \quad (2.46a)$$

$$h(y, t) = h_B \left(1 - \frac{y^2}{W^2}\right) = h_B - \kappa_h y^2 \quad (2.46b)$$

avec

$$\kappa_h = \frac{h_B}{W^2} \quad (2.47)$$

V_B est la vitesse d'avancée de la dune, constante ; κ_x et κ_h les courbures de la barkhane selon x et h ; h_B la hauteur maximale de la dune et W sa demi-largeur. Lorsque nous fixons la hauteur de la barkhane, il reste quatre paramètres (κ_x , κ_h ou W , V_B et f_{in}) à déterminer pour la décrire complètement. En injectant les équations dans le système

d'équation du modèle (2.13), nous obtenons les équations matricielles suivantes :

$$M_0 X_c = \frac{1}{6\sigma q} G_{V_B} \quad (2.48)$$

et

$$(f_{in} - q)G_1 + T_e q G_2 = \frac{2}{3} \kappa_h W^2 G_{V_B} \quad (2.49)$$

avec

$$X_c = \begin{pmatrix} \kappa_x \\ -\kappa_h \end{pmatrix} \quad (2.50)$$

$$G_{V_B} = \begin{pmatrix} V_B \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.51)$$

M_0 est la matrice définie par l'équation 2.13e, G_1 et G_2 les vecteurs définis par les équations 2.13c et 2.13d. La première équation se résout en inversant la matrice M_0 . Elle est inversible si son déterminant est non nul ($\det(M_0) = \rho$).

La résolution du système donne :

$$\kappa_x = \frac{V_B}{6\sigma q} (B \frac{1}{\rho} + C) \quad (2.52a)$$

$$\kappa_h = \frac{V_B}{6\sigma q} A (1 - \frac{1}{\rho}) \quad (2.52b)$$

$$f_{in} = q(1 - T_e) \quad (2.52c)$$

$$V_B = \frac{3 q T_e}{2 h_B} \quad (2.52d)$$

La vitesse d'avancée de la barkhane est inversement proportionnelle à sa hauteur. Les courbures sont inversement proportionnelles à $\sigma = D_u/q$: pour une force de vent donnée et ρ fixé, plus la diffusion latérale sur la face amont est importante, plus les courbures seront faibles. La forme de la barkhane va dépendre de $\rho = D_d/D_u$. Une diminution de ρ (une diminution de D_d à D_u constant ou une augmentation de D_u à D_d constant) aura pour effet d'augmenter la courbure sur x et de la diminuer sur h . Pour une même largeur de barkhane, celle-ci sera moins haute et aura une forme beaucoup plus fine (voir figure 2.14).

2.5.1.2 Taux de capture linéaire avec la hauteur

Nous supposons ici le taux de capture linéaire avec la hauteur $T_e = \frac{h(y,t)}{h_c}$. Nous cherchons des solutions paraboliques de la même forme que précédemment.

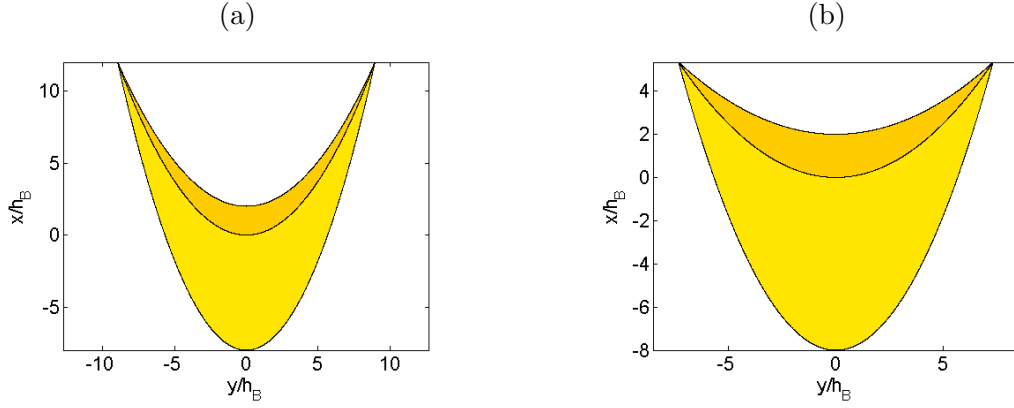


FIGURE 2.14 – Vue de haut de barkhanes dans le cas d'un taux de capture constant égal à 1 et pour deux valeurs de ρ : (a) $\rho=2$ et (b) $\rho=4$. $\sigma=1$, $A=1/10$, $B=4/5$.

En procédant de la même façon que précédemment, nous obtenons :

$$\kappa_x = \frac{Cq}{6D_u h_c} \quad (2.53a)$$

$$\kappa_h = \frac{Aq}{6D_u h_c} \quad (2.53b)$$

$$f_{in} = q\left(1 - \frac{2}{3} \frac{h_B}{h_c}\right) \quad (2.53c)$$

$$V_B = \frac{q}{h_c} \quad (2.53d)$$

Les courbures de la barkhane dépendent de D_u . Seule la diffusion sur la face amont joue un rôle dans la forme de la barkhane : plus elle est importante, plus les courbures seront faibles. Nous remarquons également que la vitesse d'avancée de la barkhane est de façon surprenante indépendante de la hauteur de la dune. Le pied avant de la dune est rectiligne (voir figure 2.15).

2.5.1.3 Discussion

Lorsque la hauteur de la barkhane est fixée, le choix d'une fonction du taux de capture (linéaire ou constant) fixe également la forme de la barkhane (W , κ_x et κ_h), sa vitesse d'avancée V_B ainsi que le flux de sédiment amont f_{in} qui lui permet d'être stationnaire. Une condition pour l'existence des barkhanes est $\rho \neq 0$, ce qui impose la présence d'un flux transverse de sédiment sur la face d'avalanche. Pour les deux dépendance du taux de capture avec la hauteur étudiées, les courbures de la barkhane

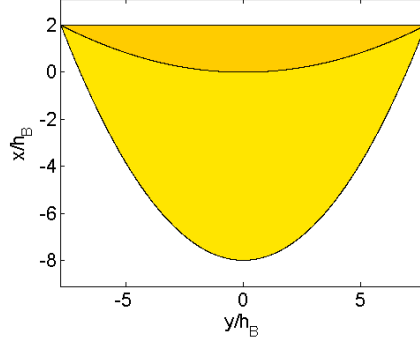


FIGURE 2.15 – Vue de haut d’une barchane dans le cas d’un taux de capture constant $T_e = h/h_c$, avec $h_c = h_B$. $\sigma=1$, $A=1/10$, $B=4/5$, $\rho=2$.

selon x et h sont proportionnelles à $1/\sigma = q/D_u$, ce qui indique que plus la diffusion transverse sera importante, plus la courbure de la barchane sera faible. Lorsque la diffusion domine, la barchane tend vers la dune rectiligne : l’effet de la diffusion est bien d’uniformiser les profils. Au contraire, plus l’écoulement sera intense, plus les courbures de la barchane seront accentuées. Une augmentation de ρ a pour effet de changer la forme stationnaire de la barchane. Elle devient moins élancée.

Pour un taux de capture constant, la vitesse est inversement proportionnelle à la hauteur, ce qui est en accord avec les observations de terrain (Bagnold, 1941; Coursin, 1964; Finkel, 1959). Dans le cas d’un taux de capture linéaire avec la hauteur de la dune, la vitesse est constante, ce qui n’est pas conforme aux observations. Cela peut signifier qu’aucune dune de section triangulaire présentant un taux de capture linéaire à sa hauteur n’a été observée.

Cas plus réaliste

Les mesures de terrain montrent qu’une barchane perd du sédiment au niveau de ses cornes. Nous proposons comme fonction de capture la forme suivante, qui vérifie cette observation de terrain :

$$T_e(h) = 1, \forall h > h_c \quad (2.54a)$$

$$T_e(h) = \frac{h}{h_c}, \forall h < h_c \quad (2.54b)$$

Dans la partie centrale de la barchane, tout le sédiment est piégé par la dune alors qu’au niveau des cornes le sédiment n’est pas complètement piégé. C’est au niveau des cornes que la barchane perd du sédiment. Hersen *et al.* (2004) mettent en avant le fait

que la largeur des cornes des barkhanes est proportionnellement plus petite pour les grandes barkhanes que pour les petites, ce qui va dans le sens de notre modèle.

La détermination de la forme de la barkhane, avec cette fonction du taux de capture, nécessite une résolution numérique car le profil de la dune s'écarte de la forme parabolique.

Expression générale de la vitesse d'une barkhane

Avant de se lancer dans la résolution numérique, quelques caractéristiques générales des barkhanes sont à souligner. D'après la conservation de la masse, la vitesse de la barkhane vérifie :

$$V_B = \frac{q\overline{T_e}}{\overline{h}} \quad (2.55)$$

avec \overline{X} indiquant la valeur moyenne de la grandeur X , définie par $\overline{X} = \frac{1}{W} \int_0^W X(y)dy$. Sous l'hypothèse que la barkhane conserve un profil de hauteur proche du profil parabolique, l'expression du taux de capture moyen est :

$$\overline{T_e} = \sqrt{1 - \frac{h_c}{h_B}} + \frac{h_B}{h_c} \left[\frac{2}{3} - \sqrt{1 - \frac{h_c}{h_B}} \left(\frac{2}{3} + \frac{h_c}{3h_B} \right) \right] \quad (2.56)$$

ce qui conduit à

$$V_B = \frac{3}{2} \frac{q}{h_B} \left\{ \sqrt{1 - \frac{h_c}{h_B}} + \frac{h_B}{h_c} \left[\frac{2}{3} - \sqrt{1 - \frac{h_c}{h_B}} \left(\frac{2}{3} + \frac{h_c}{3h_B} \right) \right] \right\}. \quad (2.57)$$

Nous verrons dans la suite que cette hypothèse est raisonnable. Dans les limites $h_B \gg h_c$ et $h_B \leq h_c$, nous retrouvons les résultats précédents (équations 2.52d, 2.53d).

2.5.2 Résolution numérique de la forme stationnaire d'une barkhane

Dans cette partie, aucune forme particulière de la barkhane n'est présupposée, uniquement sa stationnarité et des conditions de symétrie. Les profils de hauteur et de position de la crête sont résolus numériquement (pour les détails de la résolution, se reporter à l'annexe C).

Le taux de capture suit l'équation 2.54. Cette équation définit une hauteur caractéristique h_c qui sépare deux variations différentes du taux de capture avec la hauteur. Dans la suite, nous appellerons « petite dune » une dune dont la hauteur est $h_B \leq h_c$, « grande dune » si $h_B \gg h_c$, et « dune intermédiaire » lorsque la hauteur est de l'ordre de quelques h_c . Les grandes dunes ne ressentent que très peu l'influence de

la perte de sédiment au niveau des cornes, au contraire des dunes de taille plus faible.

Nous nous attendons à retrouver des petites dunes aux caractéristiques semblables à celles issues de la résolution analytique dans le cas T_e linéaire avec la hauteur de la dune (équations 2.53). De même, les grandes dunes (dans la limite h_c/h_B proche de 0) vont être proches des résultats analytiques dans le cas T_e constant (équations 2.52). Pour les dunes de toutes tailles, seule la vitesse est prédite par l'équation 2.57. Pour les autres caractéristiques, la résolution numérique est nécessaire.

2.5.2.1 Profils des barkhanes

Les barkhanes typiques obtenues avec cette résolution sont représentées sur la figure 2.16. Remarquons que le pied avant de la petite barkhane ($h_B=0,5h_c$) est droit, ce qui est conforme aux prédictions analytiques. Les profils en x et h sont paraboliques, comme prédit par la solution analytique pour les petites et les grandes barkhanes. Pour les barkhanes de taille intermédiaire, le profil de hauteur reste proche du profil parabolique, mais la position de la crête est déformée au niveau des cornes.

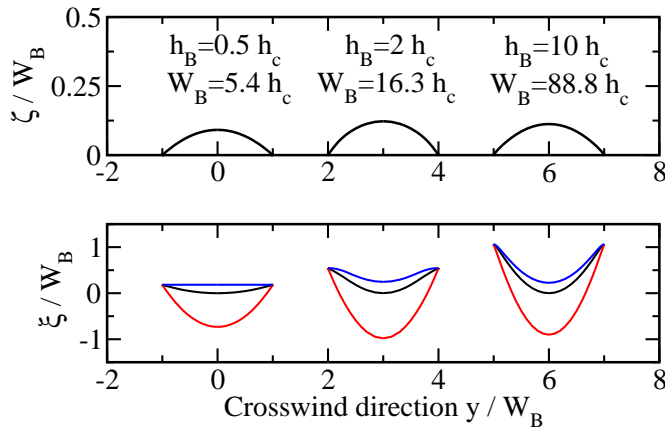


FIGURE 2.16 – Profils de barkhanes obtenues par résolution numérique. De gauche à droite, les barkhanes sont de taille croissante : petite dune $h_B=0,5h_c$, puis dune de taille intermédiaire $h_B=2h_c$ et enfin grande dune $h_B=10h_c$. Le profil ζ de hauteur de la crête est représenté sur le premier graphique, et celui de la position ξ de la crête sur le deuxième. La position des pieds amont et aval des barkhanes sont également représentés, respectivement en rouge et en bleu. Les longueurs sont adimensionnées par la largeur de chaque barkhane. $d=q=1$, $\rho=2$, $A=1/10$, $B=4/5$.

2.5.2.2 Vitesse des barkhanes

Nous montrons sur la figure 2.17 la variation de la vitesse des barkhanes déterminée numériquement en fonction de leur hauteur (pour un jeu de paramètres ρ , σ et q donnés). Ces résultats sont comparés à la prédiction analytique de l'équation 2.57. Pour des dunes de hauteur inférieure à h_c , la vitesse est constante. Pour les dunes plus grandes, la vitesse diminue avec la hauteur. Le bon accord entre les résultats de la résolution numérique et la prédiction analytique valide l'hypothèse de profil de hauteur parabolique pour le calcul de la vitesse.

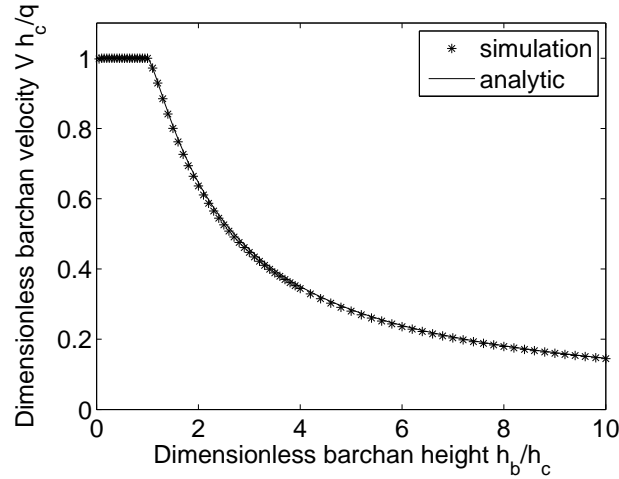


FIGURE 2.17 – Vitesse d'avancée d'une barkhane en fonction de sa hauteur adimensionnée par la hauteur caractéristique h_c . Les symboles représentent les résultats de simulation, et la ligne continue la prédiction analytique de l'équation 2.57. $d=1$, $\rho=2$, $A=1/10$, $B=4/5$.

2.5.2.3 Largeur des barkhanes

Les résultats de la résolution numérique de la largeur des barkhanes sont tracés sur la figure 2.18. Dans les cas limites des grandes et petites dunes, la largeur des barkhanes peut s'approcher par les équations 2.58b et 2.58a respectivement. La largeur de la barkhane croît avec sa hauteur. La figure 2.18 présente le bon accord des expressions avec les résultats de résolution. La largeur de la barkhane est légèrement surestimée par l'équation 2.58b pour h_B de l'ordre de quelques h_c . La croissance est en racine carrée de la hauteur pour les petites barkhanes, puis se rapproche d'une croissance linéaire

avec la hauteur pour les grandes dunes.

$$W = \sqrt{\frac{6D_u}{qA} h_B h_c} \text{ si } h_B < h_c \quad (2.58a)$$

$$W = 2\sqrt{\frac{D_u \rho}{qA(\rho - 1)}} h_B \text{ si } h_B \gg h_c \quad (2.58b)$$

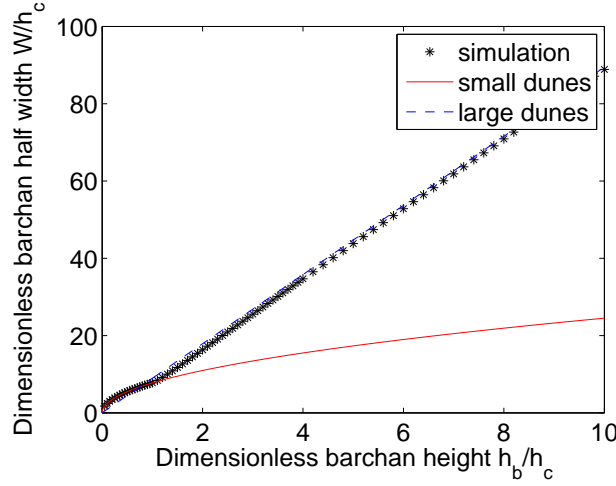


FIGURE 2.18 – Largeur d’une barkhane en fonction de sa hauteur. Les symboles représentent les résultats de simulation ; la ligne continue la prédiction analytique pour les petites dunes ($h_B < h_c$) de l’équation 2.58a et la ligne en tireté la prédiction analytique pour les grandes dunes ($h_B \gg h_c$) de l’équation 2.58b. $d=1$, $\rho=2$, $A=1/10$, $B=4/5$.

2.5.2.4 Flux de sédiment et stabilité des barkhanes

Une autre quantité intéressante pour caractériser les barkhanes est le flux quittant la dune f_{out} . Le flux de sédiment f_{out} est une fonction décroissante de la largeur de la dune (voir figure 2.19). Pour les petites dunes, la décroissance est rapide en $-W^2$, puis elle est inversement proportionnelle à la largeur de la dune.

L’expression de ce flux $f_{out} = q(1 - \overline{T_e})$ permet de retrouver ces tendances en prenant les cas limites des grandes et des petites dunes. Pour les petites dunes, l’expression se simplifie en $\overline{T_e} = \frac{2}{3} \frac{h_B}{h_c}$. À l’aide de l’équation 2.58a, nous obtenons :

$$\overline{f_{out}} = q \left(1 - \frac{1}{9} \frac{AqW^2}{D_u h_c^2} \right) \quad (2.59)$$

Pour les grandes dunes ($h_c/h_B \ll 1$), l'expression de $\overline{T_e}$ est donnée par l'équation 2.56. En ne gardant que le terme d'ordre 1 en h_c/h_b avec l'équation 2.58b, nous obtenons :

$$\overline{f_{out}} = q \frac{h_c}{2W} \sqrt{\frac{D_u}{Aq} \frac{\rho}{\rho - 1}} \quad (2.60)$$

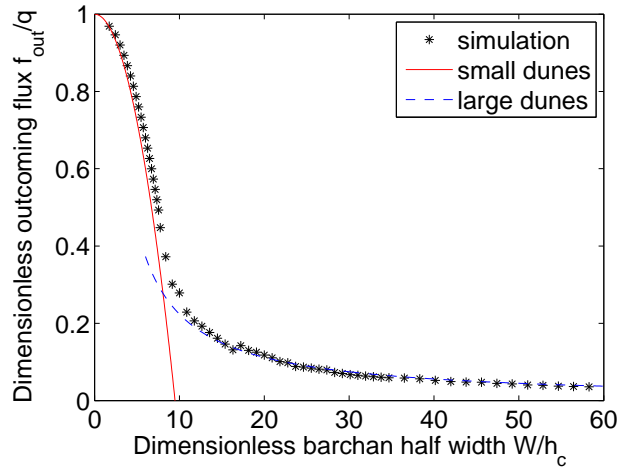


FIGURE 2.19 – Flux en sortie d'une barkhane : simulation, limite grande dune, limite petite dune. Les symboles représentent les résultats de simulation ; la ligne continue la prédiction analytique pour les petites dunes ($h_B < h_c$) de l'équation 2.59 et la ligne en tiret la prédiction analytique pour les grandes dunes ($h_B \gg h_c$) de l'équation 2.60. Le flux est adimensionné par le flux au sommet de la dune. $d=1$, $\rho=2$, $A=1/10$, $B=4/5$.

Nous en déduisons que les barkhanes sont intrinsèquement instables à toute variation de leur largeur. En effet, une fluctuation, par exemple une petite augmentation de leur largeur, va conduire à une diminution du flux sortant. Comme le flux sortant diminue, la barkhane va avoir tendance à grossir, ce qui renforce la perturbation initiale et indique que les barkhanes sont instables. Dans le cas h_c nul, le flux en sortie de la dune est également nul, la barkhane est alors marginalement stable. Hersen (2004a) a également montré que les barkhanes isolées sont instables.

2.5.3 Bilan sur les barkhanes

L'étude des barkhanes avec notre modèle permet tout d'abord de retrouver les résultats observés sur le terrain : la dépendance de la vitesse de la dune avec l'inverse de sa hauteur, la relation linéaire entre hauteur et largeur de la barkhane ainsi que l'instabilité d'une barkhane isolée. Ce modèle permet de prendre en compte la perte de

sédiment au niveau des cornes. Le cas le plus réaliste a priori est celui où la hauteur critique h_c , à partir de laquelle la dune perd du sédiment, est de l'ordre d'une fraction de la hauteur maximale de la barkhane. Cependant, la vitesse et la largeur des dunes sont bien prédites par l'approximation d'une grande dune avec un taux de capture T_e constant. Le seul comportement observé sur les dunes réelles, qui n'est pas prédit dans le cas des grandes dunes, est l'instabilité des barkhanes isolées.

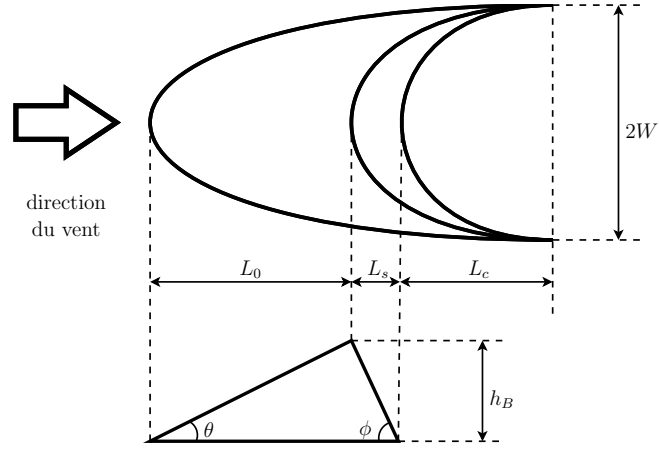


FIGURE 2.20 – Schéma d'une barkhane symétrique.

2.6 Apport des données de terrain

Plusieurs études de terrain sur les barkhanes fournissent des données intéressantes sur leur morphologie. La morphologie des barkhanes est étudiée notamment par Coursin (1964); Elbelrhiti *et al.* (2008); Finkel (1959); Haff et Presti (1984); Hastenrath (1987, 1967); Lettau et Lettau (1969); Long et Sharp (1964); Rempel (1936); Sauermann *et al.* (2000); Wang *et al.* (2007, 2008).

Nous avons montré que la forme des barkhanes dépend de paramètres physiques comme les coefficients de diffusion caractérisant le transport latéral. Dans cette partie, nous montrons que les données morphologiques de terrain peuvent nous donner des informations sur la valeur de ces coefficients.

2.6.1 Relation entre paramètres morphologiques et coefficients de transport latéral

Comme indiqué sur la figure 2.20, plusieurs paramètres géométriques peuvent être extraits des mesures de terrain : la hauteur de la dune h_B , la demi-largeur W , la longueur de la face au vent L_0 , celle de la face aval L_s et celle des cornes L_c .

Les dunes de terrain ont un pied avant parabolique et des cornes de largeur finie. Nous pouvons donc supposer que celles-ci sont des dunes grandes par rapport à notre paramètre h_c .

Notre modèle prédit que les grandes barkhanes ($h_B \gg h_c$) ont un profil parabo-

lique :

$$x(y, t) = \kappa_x y^2 + V_B t \quad (2.61a)$$

$$h(y, t) = h_B - \kappa_h y^2 \quad (2.61b)$$

avec

$$\kappa_x = \frac{q(BD_u + CD_d)}{4D_d D_u h_B}, \quad \kappa_h = \frac{Aq(D_d - D_u)}{4D_d D_u h_B} \quad (2.62)$$

À partir de ces équations, D_u et D_d peuvent être exprimés en fonction des courbures :

$$D_u = \frac{Aq}{4h_B} \frac{1}{A\kappa_x + B\kappa_h}, \quad D_d = \frac{Aq}{4h_B} \frac{1}{A\kappa_x - C\kappa_h} \quad (2.63)$$

Les courbures κ_x et κ_h s'expriment en fonction des paramètres morphologiques :

$$\kappa_x = \frac{L_c + L_s}{W^2}, \quad \kappa_h = \frac{h_B}{W^2} \quad (2.64)$$

de même que les paramètres géométriques A , B et C :

$$A = \frac{h_B}{L_0 + L_s}, \quad B = \frac{L_0}{L_0 + L_s}, \quad C = \frac{L_s}{L_0 + L_s} \quad (2.65)$$

Ce qui conduit à exprimer les coefficients D_u et D_d en fonction des paramètres morphologiques des dunes et de leur vitesse de migration :

$$D_u = \frac{V_B}{6} \frac{W^2}{L_0 + L_c + L_s}, \quad D_d = \frac{V_B}{6} \frac{W^2}{L_c} \quad (2.66)$$

Les données de la littérature donnant les paramètres morphologiques indiqués sur la figure 2.20, ainsi que la vitesse d'avancée des dunes, permettent donc de calculer les coefficients de diffusion. La hauteur des dunes n'intervient pas explicitement dans ces formulations, ce qui permet d'utiliser des données satellitaires, pour lesquelles généralement seules des vues aériennes des dunes à différents instants sont acquises.

Dans certains cas, la vitesse de migration n'est pas connue individuellement pour chaque dune. Nous pouvons néanmoins en avoir une estimation à partir du flux q au sommet des dunes. Si nous faisons l'hypothèse que ce flux est uniforme sur un champ de dunes donné, il peut donc être exprimé pour les quelques dunes dont la vitesse et la hauteur sont connues $q = \frac{2}{3}V_B h_B$, pour ensuite déterminer la vitesse de chaque dune,

en utilisant ensuite l'expression

$$V_B = \frac{3}{2} \frac{qT_e}{h_B} \quad (2.67)$$

Dans ce cas-ci, la connaissance de la hauteur des dunes est nécessaire.

Lorsqu'aucune donnée temporelle permettant d'estimer une vitesse d'avancée ou un flux n'est disponible, nous pouvons déterminer le rapport des deux coefficients, donné paramètre ρ :

$$\rho = \frac{D_d}{D_u} = \frac{L_0 + L_s + L_c}{L_c} \quad (2.68)$$

2.6.2 Choix des données de la bibliographie

2.6.2.1 Barkhanes éoliennes

Pour les barkhanes éoliennes, nous avons choisi quatre sites relativement bien documentés.

Maroc

Sauermann *et al.* (2000) ont effectué des mesures détaillées de la forme et de la vitesse de 8 dunes au sud du Maroc, près de Laâyoune.

Salton Sea

Les dunes de Salton Sea se déplacent d'ouest en est vers le lac de Salton Sea. Rempel (1936) a étudié le champ de barkhanes de Salton Sea en 1933, notamment leur forme, leur vitesse d'avancée et la végétation. La morphologie est donnée pour 4 dunes, les vitesses d'avancée pour 2 dunes, ce qui permet de déduire les vitesses de tout le champ de dunes.

À partir de cartes et de mesures, Long et Sharp (1964) ont déterminé, sur le même site, la localisation des dunes du champ complet et les données morphologiques pour 27 dunes. La vitesse d'avancée est également calculée par comparaison des positions entre 1940 et 1956.

Le site OpenTopography.org met à disposition les données haute résolution (acquise par lidar par exemple) sur le territoire américain. Le champ de dunes de Salton Sea se trouve être une zone couverte par une étude lidar de 2010. Ces données permettent de remonter aux caractéristiques géométriques des barkhanes en 2010.

Pérou

Pour comprendre la migration des barkhanes qui coupaient la route entre la mine de Marcona et le port de San Juan, une étude a été réalisée sur les dunes de la région,

publiée par Gay (1999). À partir de photographies aériennes et de mesures au sol, des données morphologiques et de vitesses de déplacement des dunes sont obtenues. Les mesures complètes ne concernent que 2 dunes uniquement.

Le champ de dunes de la Pampa de Joya (600 km plus au sud, proche d'Arequipa) a fait l'objet de nombreuses études (Hastenrath, 1987, 1967, 1978; Lettau et Lettau, 1969). De ces études, nous retenons la morphologie complète de 45 dunes par Finkel (1959) et celle de 6 dunes par Hastenrath (1987).

Des données satellites (Google Earth) complètent cet ensemble de dune de la Pampa de Joya. Deux sites sont sélectionnés : le premier correspond à celui de Finkel et le second est situé à 9 km au sud du premier (voir figure 2.21). 20 dunes sont étudiées sur le site nord et 60 sur le site sud.

Chine

Wang *et al.* (2007) ont réalisé une étude de terrain de 3 sites, dont deux constitués de barkhanes, autour de l'oasis de Minqin, dans le nord ouest de la Chine. 8 barkhanes sont étudiées sur le site A et 19 sur le site B. L'étude comporte les données morphologiques complètes mais pas d'indication sur la vitesse d'avancée.

2.6.2.2 Barkhanes sous-marines

Notre modèle est initialement conçu pour étudier les dunes éoliennes. Cependant, nous avons vu que les mécanismes physiques de formations des dunes éoliennes et des dunes aquatiques sont similaires, nous l'utilisons donc également pour étudier les dunes aquatiques. Beaucoup moins de données sont disponibles concernant les barkhanes sous-marines par rapport aux dunes éoliennes, notamment peu d'information sur la vitesse d'avancée ou la hauteur des structures. Nous avons retenu néanmoins quatre sites partiellement documentés :

Iceland Faroe Ridge

Dorn et Werner (1993) présentent plusieurs sites d'étude, dont 8 barkhanes isolées à 700 m de profondeur. Toutes les données morphologiques, exceptée la hauteur, sont obtenues avec une précision de l'ordre de 3 m.

Faroe Shetland Channel

Wynn *et al.* (2002) donnent des données morphologiques caractéristiques de barkhanes observées dans le chenal Faroé Shetland.

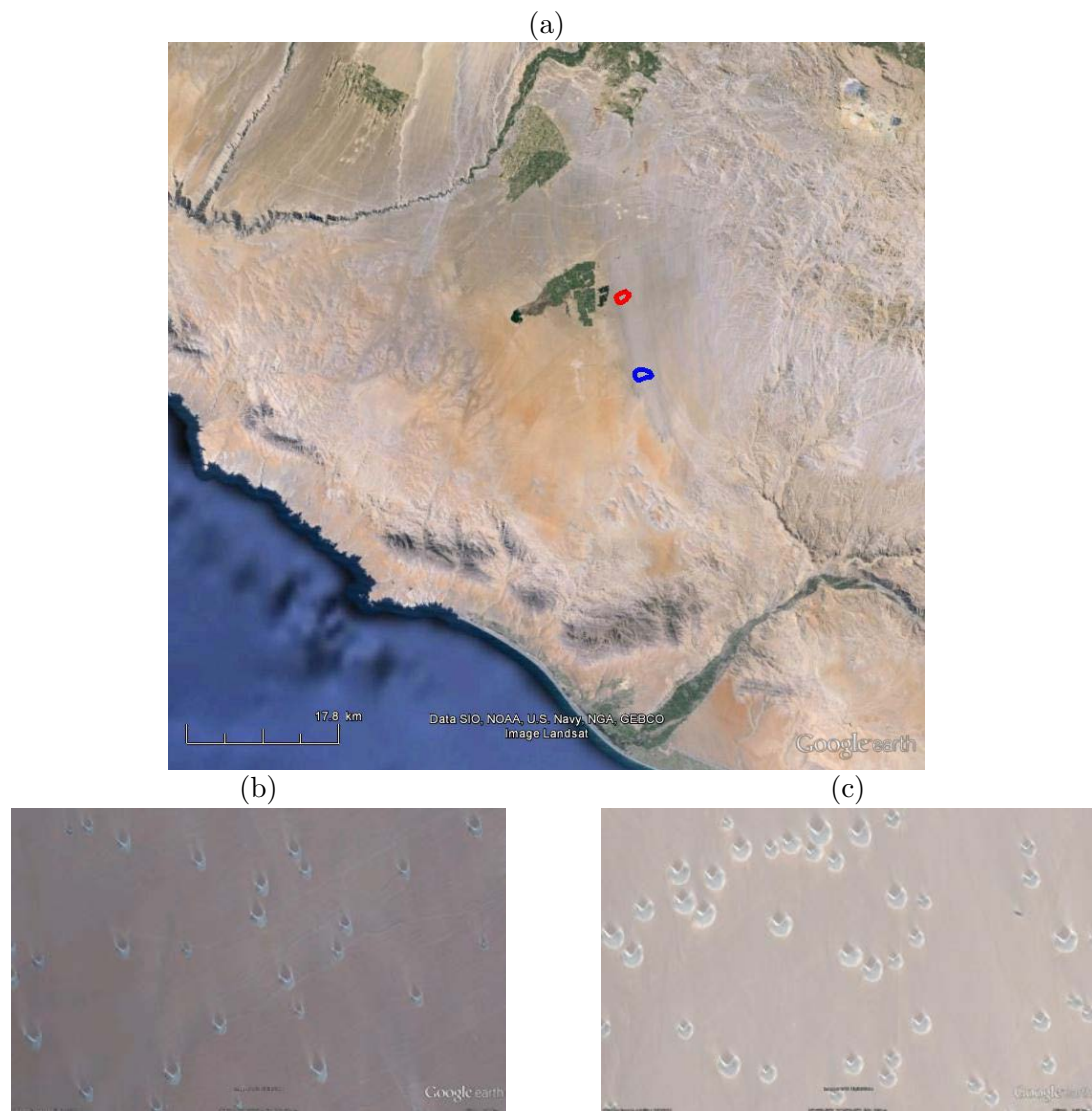


FIGURE 2.21 – Images satellite de la Pampa de Joya, Pérou. Le site nord est représenté en rouge (a,b) correspond à l'étude de Finkel (1959). 20 dunes supplémentaires y sont étudiées ($16^{\circ}42'29.91''\text{S}$ $71^{\circ}50'31.45''\text{O}$). Le site sud est représenté en bleu (a,c) se situe 9 km au sud du précédent, 60 dunes y sont étudiées ($16^{\circ}47'11.46''\text{S}$ $71^{\circ}49'15.17''\text{O}$). Images Google Earth.

Marge continentale canadienne

Todd (2005) a étudié la composition et la forme de barkhanes formées sur la marge continentale canadienne. Les données bathymétriques permettent la mesure des caractéristiques de 2 barkhanes. La vitesse d'avancée n'est pas documentée.

Nord de l'Australie

Daniell et Hughes (2007) ont mesuré la vitesse d'avancée et les caractéristiques morphodynamiques (exceptée la hauteur) pour 37 barkhanes au nord de l'Australie.

2.6.3 Analyse des résultats

2.6.3.1 Sites éoliens

Pérou

Les données de Finkel (1959) et de Hastenrath (1987) sont les plus complètes. Elles permettent de remonter à une valeur moyenne de ρ de l'ordre de 2, et à des coefficients de diffusion D_u de l'ordre de $17 \text{ m}^2/\text{an}$, et D_d de l'ordre de $35 \text{ m}^2/\text{an}$ pour une hauteur moyenne de dune de 3 m.

Les données de Gay (1999), sur un site distant de plus de 600 km, permettent de trouver des valeurs de ρ proches de celles des autres champs péruviens ($\rho \approx 2$), mais des valeurs de D_d et D_u plus grandes. Nous remarquons notamment que le flux de sédiment est 4 fois plus grand sur le site de Gay (1999) que sur la Pampa de Joya. Les coefficients de diffusion sont également supérieurs d'un facteur environ 8. Cela suggère que la force du vent a une influence sur la valeur des coefficients de diffusion latérale de sédiment.

Les données satellites seront discutées plus en détail dans le § 2.6.3.3.

Maroc

Grâce aux données de Sauermann *et al.* (2000), nous trouvons les paramètres suivants : $D_u=102\pm18 \text{ m}^2/\text{an}$, $D_d=270\pm47 \text{ m}^2/\text{an}$ pour des dunes de hauteur $4,7\pm2,4 \text{ m}$, ce qui permet d'évaluer ρ autour de 2,6.

Salton Sea

Les données sont prises exactement sur le même site, mais à quelques dizaines d'années d'écart. Les plus anciennes sont étudiées par Rempel (1936). La morphologie de quatre dunes de taille très variées (y compris des protodunes) est donnée. Les pertes dues aux cornes sont importantes et l'hypothèse $T_e = 1$ n'est plus valide.

	Nombre de dunes	Diamètre des grains d (mm)	Hauteur h _B (m)	Flux au sommet q (m ² /an)	ρ	Coefficient de diffusion face amont D _u (m ² /an)	Coefficient de diffusion face aval D _d (m ² /an)	Angle de la pente amont θ(°)
Maroc (Sauer mann2000)	8	0,19	4,7 ± 2,4	192,0	2,6	102 ± 18	270 ± 47	6,4 ± 1,7
	45	0,314	3,2 ± 1,1	34	1,9	18 ± 6	34 ± 11	10,9 ± 3,9
	2		19,9 ± 0,2	142	2,0	135 ± 5	273 ± 9	9,3 ± 0,6
	6	0,151	3,0 ± 0,8	38	2,2	16 ± 2	36 ± 4	8,8 ± 0,8
	20		3,4 ± 0,7	32	2,2	16 ± 2	37 ± 4	7,7 ± 1,4
	60		3,6 ± 1,0	19	3,9	8 ± 2	32 ± 8	8,5 ± 2,0
	27	0,25	5,6 ± 1,8	73	3,0	86 ± 77	253 ± 227	5,1 ± 1,8
	1	0,25	4,4 ± 0,0	33	4,0	12	47	3,7 ± 0,0
	4	0,25	7,9 ± 7,8	87	6,9	38 ± 11	265 ± 73	9,2 ± 5,6
	8	0,414	5,3 ± 2,0		3,3			4,8 ± 1,1
	19	0,414	3,4 ± 1,8		3,8			8,9 ± 19,7
	37				2,5	684 ± 696	2007 ± 3075	
sous-marin	8				2,8			
	19	0,7	2,7 ± 1,4		3,0			1,6 ± 0,02^
	3		0,2 ± 0,3*		2,4			

TABLE 2.1 – Estimation des paramètres du modèle (D_u , D_d et ρ) à partir de données de terrain. La valeur moyenne de q est obtenue à partir de la formule $q = \frac{2}{3} V_B h_B$. Les valeurs moyennes sur plusieurs sites des coefficients de diffusion D_u et D_d sont calculés par les formules 2.67 et 2.66. ρ est le rapport des coefficients de diffusion D_d et D_u . Lorsque les données ne sont pas suffisantes pour calculer les vitesses de migration, ρ est estimé par l'équation 2.68. (\wedge seulement sur deux dunes, * seulement sur une dune.)

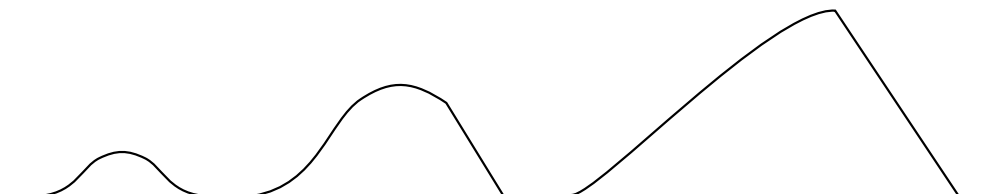


FIGURE 2.22 – Profils schématiques d’une protodune, d’une petite dune et d’une grande dune.

Les dunes étudiées par Long et Sharp (1964) sont des dunes développées (hauteur autour de $5,6 \pm 1,8$ m). Les données sont assez dispersées mais permettent d’évaluer $\rho=3$, $D_u=86 \pm 77$ m²/an, $D_d=253 \pm 227$ m²/an.

Il est probable que les conditions environnementales du champ de barkhanes ait changées entre 1936 et 1964, comme cela a déjà été reporté (Haff et Presti, 1984). Les données les plus récentes donnent des flux de sédiment beaucoup plus faibles, ce qui va dans le sens de cette hypothèse.

Chine

La vitesse des dunes n’est pas documentée, mais une estimation de ρ est cependant possible à partir de l’expression 2.68. Cela donne des valeurs de ρ autour de 3,2 pour le site A et 3,8 pour le site B, ce qui est dans la fourchette des valeurs des autres sites.

Comparaison entre les sites éoliens

Sur les sites éoliens étudiés, malgré des flux q variant d’un facteur 10, les valeurs de ρ trouvées sont comprises entre 2 et 4. Les coefficients de diffusion associés dépendent au contraire fortement des sites. La pente amont des dunes est compris entre 4 et 10°.

2.6.3.2 Influence de la pente amont : Laâyoune, Maroc

Une des hypothèses de notre modèle est d’approximer le profil de la face amont de la dune par une droite et de supposer l’existence d’une face d’avalanche.

La forme de la face amont dépend de la taille de la dune (Elbelrhiti, 2012; Hastenrath, 1967; Sauermann *et al.*, 2000; Schwämmle et Herrmann, 2005). Les très petites dunes isolées (hauteur de l’ordre de quelques dizaine de centimètres pour les dunes éoliennes) ont une forme de dôme sans face d’avalanche. Les dunes légèrement plus grandes possèdent une face d’avalanche, mais leur face au vent est convexe. Le sommet de la dune (la hauteur maximale) et sa crête (départ de la zone d’avalanche) ne coïncident pas. Les grandes dunes ont une face amont rectiligne (voir figure 2.22). C’est une autre raison de considérer que les données étudiées sont valables pour des grandes

dunes, et de traiter avec précaution le cas des petites dunes. Par exemple, sur les profils de barkhane relevés par Sauermann *et al.* (2000) (voir figure 2.23), la plus petite dune (dune 8, $h < 2$ m) a clairement une face amont convexe alors que les plus grandes (dunes 2 et 5, $h > 4$ m) présentent une pente amont presque constante.

La pente amont issue des ces données augmente faiblement avec la hauteur : elle passe de 6° à 11° pour des dunes de 2 à 8 m.

Les relevés de dimensions utilisés pour calculer les valeurs de ρ et des coefficients de diffusion sont la hauteur et la longueur de la face d'avalanche, et la longueur entre le pied amont de la dune et la position de la face d'avalanche. Comme le sommet de la dune et le début de la face d'avalanche ne coïncident pas pour toutes les dunes, surtout les petites, la comparaison entre profil réel et approché (voir figure 2.23) souligne la limite de notre modèle pour les petites dunes.

2.6.3.3 Influence de la force du vent : Pampa de Joya, Pérou

La vitesse des dunes est tracée en fonction de leur hauteur pour les différents sites sélectionnés (voir figure 2.24a). Nous en déduisons le flux de sédiment au sommet caractéristique de chaque site, d'après l'équation 2.52d. Les données de Finkel (1959) et celles du site nord se regroupent sur la même courbe, ce qui montre que le champ de dunes est similaire en 1959 et en 2009 (date de prise de vue de l'image satellite). Cependant, les données du site sud ne se regroupent pas sur la même courbe. Le flux déterminé est plus faible, ce qui montre que le vent est plus faible dans la partie sud du champ.

À partir de la morphologie des dunes et de l'équation 2.66, les coefficients de diffusion sont déterminés (voir figure 2.24b,c).

Champ de dunes	$\text{corr}(D_d, h_B)$	$\text{corr}(D_u, h_B)$	$\text{corr}(D_d, D_u)$
Finkel	-0,44 (-0,24)	-0,30 (-0,11)	0,96 (0,95)
Joya Nord	-0,53	-0,40	0,82
Joya Sud	-0,67 (-0,56)	-0,46 (-0,29)	0,85 (0,78)

TABLE 2.2 – Corrélation linéaire entre les coefficients de diffusion et la hauteur des dunes. Les valeurs entre parenthèses sont calculées en ne prenant en compte que les dunes de hauteur supérieure à 2 m.

Les coefficients de diffusion ne présentent pas de dépendance notable avec la hauteur de la dune comme le montrent les faibles valeurs des corrélations linéaires (voir table 2.2). Les coefficients de corrélation linéaire diminuent lorsque uniquement les dunes de hauteur supérieure à 2 m sont considérées. En effet, notre méthode pour calculer les

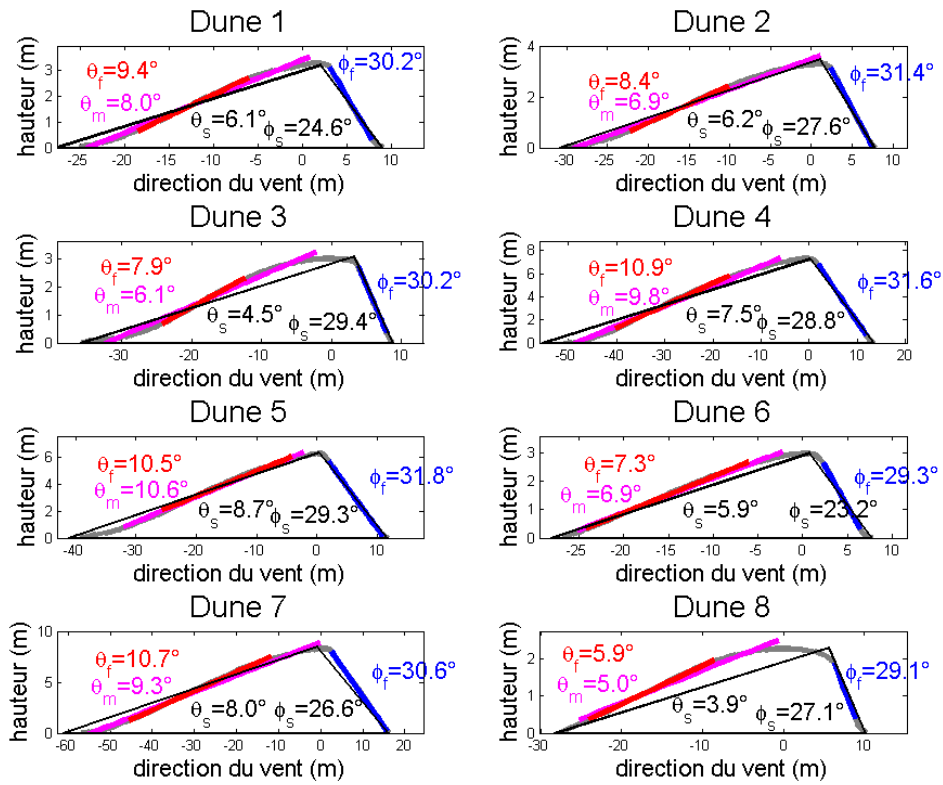


FIGURE 2.23 – Coupe de la partie centrale des barkhanes relevées par Sauermann *et al.* (2000) (profil gris). Les triangles noirs correspondent à la forme utilisée en supposant que les pentes sont constantes (θ_s pour la pente amont et ϕ_s pour la pente aval). Les lignes bleues correspondent à la pente d'avalanche (ϕ_f). Les lignes magenta représentent la pente moyenne entre le début de la dune et le sommet (pente θ_m). Les lignes rouges montrent la pente maximale atteinte sur la face amont de la dune (θ_f). Les triangles sont construits à partir des valeurs données par Sauermann *et al.* (2000) : la hauteur de la face d'avalanche, la longueur de la face d'avalanche et la longueur de la face amont (du pied de la dune jusqu'au début de la face d'avalanche).

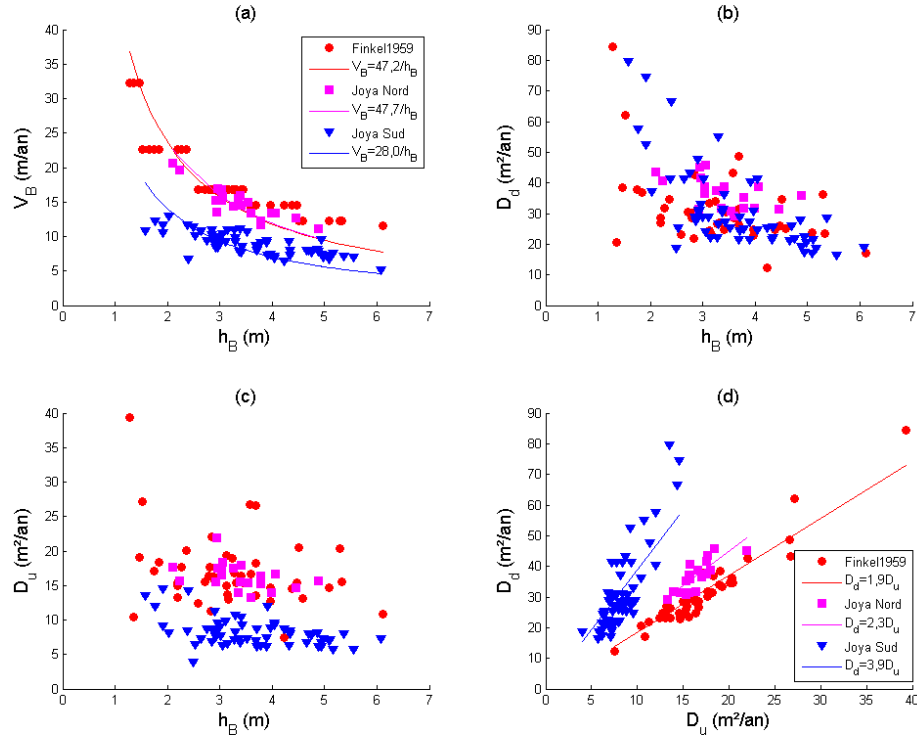


FIGURE 2.24 – (a) Vitesse des dunes sur le site de la Pampa de Joya, Pérou, en fonction de leur hauteur. (b) Coefficient de diffusion sur la face au vent des barkhanes en fonction de leur hauteur. (c) Coefficient de diffusion sur la face sous le vent des barkhanes en fonction de leur hauteur. (d) Coefficient de diffusion sur la face sous le vent des barkhanes en fonction du coefficient de diffusion sur la face au vent. Les données utilisées sont celles de Finkel (1959) et celles provenant des mesures sur les images satellites. Les coefficients de diffusion sont calculés selon l'équation 2.66.

coefficients de diffusion n'est valable que dans l'approximation des grandes dunes, pour lesquelles l'influence des cornes est faible.

Les données sur le site nord montrent que D_u est de l'ordre de $16 \text{ m}^2/\text{an}$; alors que sur le site sud, il est plus faible, de l'ordre de $6 \text{ m}^2/\text{an}$. Cela montre qu'un vent fort favorise la diffusion sur la face amont. Concernant la diffusion sur la face aval D_d , les valeurs sont dispersées mais ne sont pas différentes d'un site à l'autre.

Il est remarquable que malgré la dispersion des valeurs des coefficients de diffusion, D_d et D_u sont fortement corrélés : les valeurs des coefficients de corrélation linéaires sont supérieures à 0,8. Ce qui veut dire que les fluctuations de D_d et D_u sont fortement corrélées sur un site donné (voir figure 2.24d).

2.6.3.4 Sites aquatiques

Sur les sites aquatiques, malgré la faible quantité de donnée disponible, les valeurs de ρ trouvées sont du même ordre que pour les sites éoliens (voir table 2.1). Le site australien est le seul sur lequel la vitesse d'avancée des dunes est disponible, et cela permet de montrer que les coefficients de diffusion sont supérieurs de plus d'un ordre de grandeur comparé au cas éolien.

Les dunes aquatiques présentent en général une pente amont très faible, de l'ordre de 1° par exemple pour une dune de la marge canadienne.

2.6.4 Bilan des données de terrain

Nous avons montré que la comparaison des formes et des vitesses des barkhanes relevées en environnement naturel permet de remonter au paramètre clé de notre modèle : le rapport entre les coefficients de diffusion sur les faces amont et aval de la dune. Les différents sites étudiés permettent de souligner la dépendance des flux latéraux de sédiments avec la force du vent. La diffusion sur la face amont est notamment favorisée lorsque les dunes sont soumises à un fort cisaillement. Les hypothèses de notre modèle (pente amont constante et coïncidence du sommet et de la crête de la dune) montrent que celui-ci s'applique surtout au cas des dunes de grandes tailles.

L'étude des quelques sites aquatiques est rendue difficile par la faible quantité de données disponibles. Elle permet cependant de montrer que le rapport ρ des coefficients de diffusion est du même ordre de grandeur dans l'eau que dans l'air.

Pour compléter l'étude des dunes aquatiques, des expériences en laboratoire sont réalisées et sont détaillées dans la partie suivante.

2.7 Expérimentation en chenal hydraulique

Pour compléter l'étude des dunes aquatiques, des expériences en chenal hydraulique sont réalisées. En contrôlant les conditions de flux d'eau et en mesurant la géométrie des dunes obtenues, nous cherchons à voir dans quelle mesure les dunes subaquatiques diffèrent des dunes éoliennes.

Les expériences réalisées sont des expériences de déstabilisation d'une dune transverse rectiligne sous flux unidirectionnel. Cela permet d'étudier à la fois la déstabilisation des dunes et l'évolution des barkhanes.

2.7.1 Dispositif expérimental

Chenal hydraulique

Le chenal expérimental comporte 5 caissons en plastique transparent (PMMA : polyméthacrylate de méthyle) posés sur une structure de profilés aluminium. Ce chenal, long de 5 m pour une largeur de 40 cm et une hauteur de 60 cm, peut être incliné entre 0° et 10° grâce à un système de vérins. Dans la suite, les caissons sont numérotés de 1 à 5 d'amont en aval.

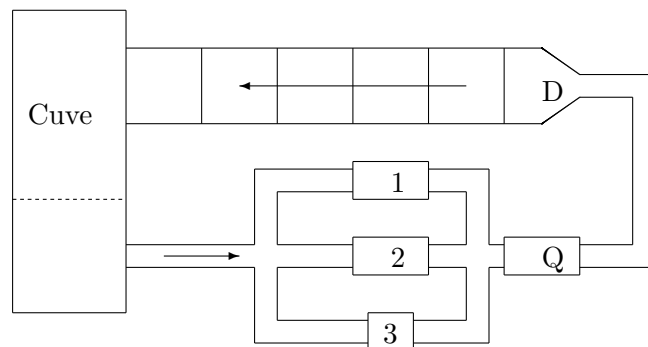


FIGURE 2.25 – Schéma du dispositif expérimental. Trois pompes (1,2 et 3) sont montées en parallèle. Le fluide passe par un débitmètre (Q) avant d'entrer dans le chenal par un divergent (D). En sortie du chenal, l'eau s'écoule dans une cuve. Un filtre disposé dans la cuve permet de conserver une zone sans sédiment qui alimente les pompes.

Circuit hydraulique

Le chenal est alimenté en eau par trois pompes montées en parallèles (Figure 2.25). Les

deux premières pompes (n°1 et n°2) ont une plage de débit entre 15 L/s et 80 L/s. La plage de débit de la pompe n°3 est entre 5 L/s et 15 L/s. La pompe n°2 est utilisée seule dans cette étude. En sortie des pompes, un débitmètre électromagnétique est installé. L'interface de commande des pompes permet de contrôler le signal en tension envoyé à chaque pompe, ainsi que d'afficher le débit de sortie indiqué par le débitmètre.

Un divergent flexible conduit ensuite le fluide dans le chenal. Pour stabiliser l'écoulement et éviter d'avoir des structures turbulentes développées dans le chenal, un module en nid d'abeille est installé entre le divergent et l'entrée du chenal. En sortie du chenal, le fluide est recueilli dans une cuve en acier inoxydable soudée sur place. C'est cette cuve qui permet d'alimenter les pompes. Pour éviter que trop de sédiment ne se retrouve dans le circuit hydraulique, un filtre en tissu est monté dans la cuve, délimitant ainsi une partie dans laquelle le sédiment va se déposer, et une partie sans sédiment qui permet l'alimentation des pompes.

La hauteur d'eau est mesurée à l'entrée du caisson n°5 et la vitesse de l'écoulement est mesurée à l'aide d'un micro-moulinet dans le caisson n°3.

Sédiments

Le sédiment utilisé est du sable de Fontainebleau (référence SIBELCO NE34) dont la teneur en silice (SiO_2) est supérieure à 99,83%. La densité réelle des particules est 2,65. La zone d'étude est localisée dans le caisson n°4. Le chenal étant aussi utilisé en configuration lit érodable, son fond est recouvert d'une couche de 5 cm de sable. Pour réaliser l'étude de structures sur fond non érodable, des plaques métalliques sont posées sur ce lit de sable.

Acquisition d'images

Un appareil photographique (Canon EOS 20D) est placé à l'aplomb du caisson de travail. Le logiciel EOS Viewer Utility permet de programmer des prises de vue à intervalle fixe. L'éclairage est installé dans le caisson amont de façon à éclairer la face amont des dunes. La face aval est ainsi dans la zone d'ombre, ce qui facilite l'analyse des images. Une lampe est installée au dessus du caisson n°3. Elle est centrée de façon à projeter des ombres symétriques des deux montants des caissons n°3 et n°4.

D'intenses reflets sont créés par la déformation de la surface libre eau/air. Pour diminuer cette intensité lumineuse, des filtres polariseurs croisés sont utilisés. Le premier est placé devant la lampe, alors que le second est fixé sur l'objectif de l'appareil photo.

2.7.2 Protocole expérimental

Une dune transverse rectiligne est formée en eau au début du caisson n°4. L'écoulement est ensuite mis en place à débit contrôlé et l'évolution de la dune est suivie par acquisition d'images à l'aplomb du caisson. Nous réalisons une série d'expérience en faisant varier la masse initiale de la dune et le débit d'eau, la longueur transverse de la dune étant par ailleurs gardée constante. Nous varions la masse initiale de la dune entre 7,5 et 75 g. Trois valeurs de débits d'eau sont utilisées : 3,5 L/s, 5 L/s et 6,5 L/s. Les hauteurs d'eau et vitesses en surface sont indiquées dans la table 2.3.

Débit d'eau (L/s)	Hauteur d'eau (cm)	Vitesse de surface (cm/s)
5	4,2	37,5
6,5	4,7	42
3,5	3,6	31

TABLE 2.3 – Paramètres expérimentaux de l'écoulement

La crête de la dune transverse se déstabilise puis se fragmente (voir figure 2.26).

À partir des images, plusieurs paramètres sont mesurés :

- la vitesse moyenne d'avancée de la dune transverse V_0 avant sa fragmentation ;
- la distance de fragmentation correspondant à la distance parcourue par la dune avant sa fragmentation, ainsi que le temps de fragmentation ;
- la longueur d'onde λ à la fragmentation : à partir du nombre de fragments N et de la largeur initiale de la dune transverse L_t : $\lambda = L_t / N$;
- la vitesse d'avancée V_B des barkhanes ;
- les paramètres morphologiques des barkhanes (de façon similaire au § 2.6.1).

L'angle d'avalanche mesuré est $\phi = 33^\circ$. Il permet de remonter à la hauteur des dunes à partir de la mesure de la longueur de la face d'avalanche. L'instant de fragmentation est défini comme le moment où le premier fragment se détache de la dune principale.

2.7.3 Dune transverse

Les expériences montrent que, pour un débit donné, la masse de la dune transverse se conserve avant la fragmentation. Nous montrons par ailleurs que la hauteur h_0 et la longueur L_0 des dunes transverses varient avec la masse M selon les lois d'échelle suivantes : $h_0 \propto M^{0,7}$ et $L_0 \propto M^{0,3}$ (voir figure 2.27a,b). Les exposants ne semblent pas varier avec le débit dans la gamme étudiée. Notons que la masse M est proportionnelle au produit $h_0 L_0$. Hauteur et longueur de nos dunes transverses ne varient pas de façon

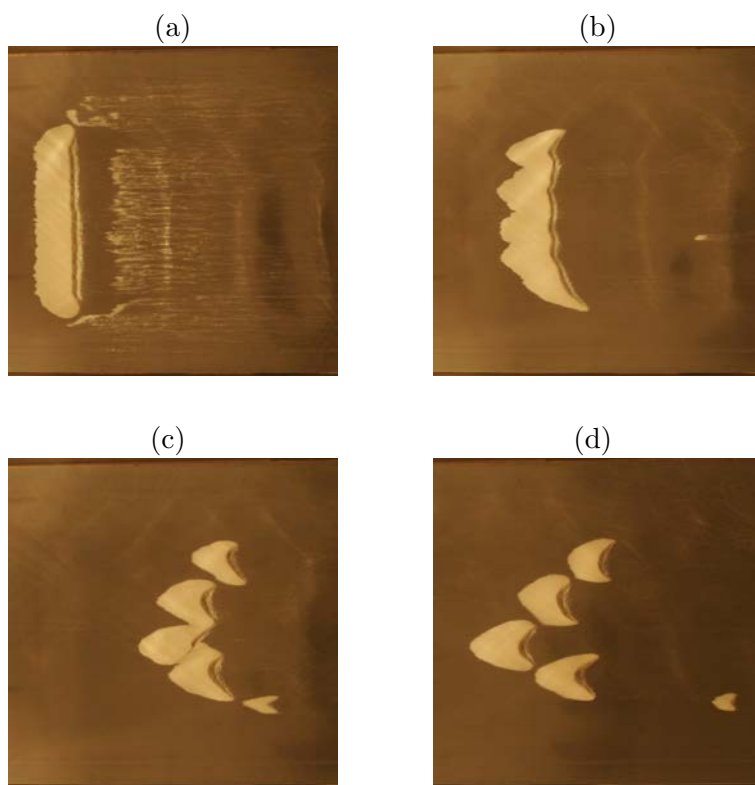


FIGURE 2.26 – Évolution temporelle d’une dune transverse rectiligne soumise à un écoulement unidirectionnel en chenal hydraulique. (a) dune transverse; (b) déstabilisation de la crête de la dune transverse; (c) fragmentation en barkhanes; (d) barkhanes isolées. Écoulement de la gauche vers la droite (débit d’eau de 5 L/s, hauteur d’eau 4,2 cm, vitesse de surface 37,5 cm/s, 45 g de sable). Chaque image représente une surface de 40 cm par 40 cm. (a-c) sont prises à la même position, la position de (d) est décalée de 18 cm dans le sens de l’écoulement. (a) $t=0'$, (b) $t=1'30''$, (c) $t=4'15''$, (d) $t=7'$.

proportionnelle lorsque la masse initiale de la dune augmente : $L_0 \propto h_0^{0,4}$ (voir figure 2.27c).

Nous trouvons par ailleurs que, pour un débit donné, la vitesse de migration des dunes transverses diminue avec la hauteur selon une loi d'échelle $V_0 \propto h_0^{-\beta}$ (voir figure 2.27d). La valeur de l'exposant β ne semble pas varier significativement avec le débit de l'écoulement. Nous trouvons $\beta \approx 0,4$. Cette loi d'échelle peut se réécrire en fonction de la longueur L_0 de la dune. Nous trouvons alors que la vitesse de la dune est simplement inversement proportionnelle à L_0 : $V_0 \propto 1/L_0$.

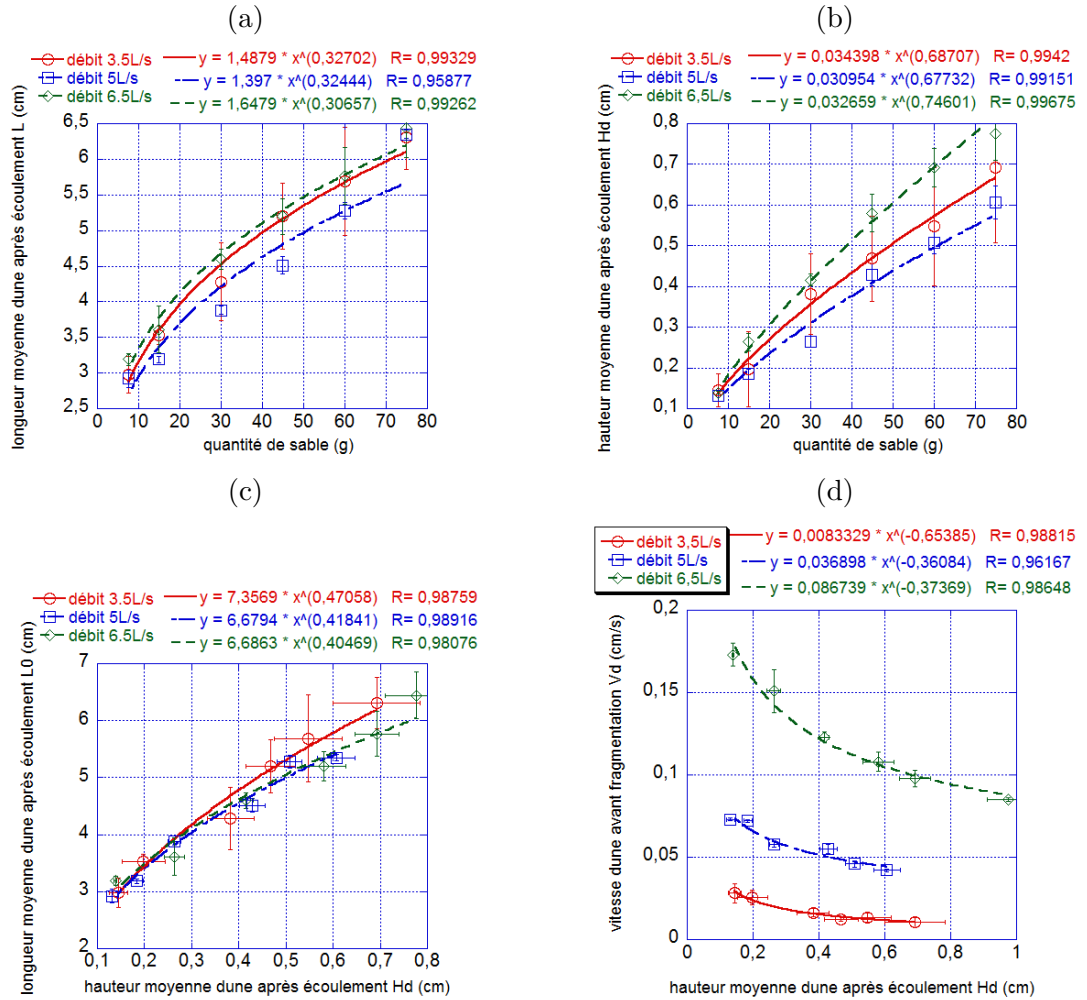


FIGURE 2.27 – Longueur (a) et hauteur (b) des dunes transverses rectilignes en fonction de la masse de la dune initiale. Longueur de la face amont (c) et (d) vitesse d'avancée des dunes transverses rectilignes en fonction de leur hauteur, pour trois débits d'eau différents.

La dépendance du temps de fragmentation t_f et de la longueur d'onde moyenne λ_f avec la hauteur de la dune est également étudiée. Pour un débit donné, le temps de fragmentation des dunes transverses augmente avec la hauteur selon une loi d'échelle $t_f \propto h_0^\mu$ (voir figure 2.28a). La valeur de l'exposant μ est proche de 0,6 pour les débits de 5 et 6,5 L/s et autour de 1 pour le débit le plus faible (3,5 L/s). Le temps de fragmentation diminue avec le débit.

La longueur d'onde à la fragmentation λ_f augmente avec la hauteur de la dune pour un débit donné selon la loi d'échelle $\lambda_f \propto h_0^\eta$ (voir figure 2.28b). L'exposant η varie peu avec le débit de l'écoulement ($\eta \approx 0,3$). La taille des fragments de dune augmente avec la masse initiale de la dune et diminue avec le débit.

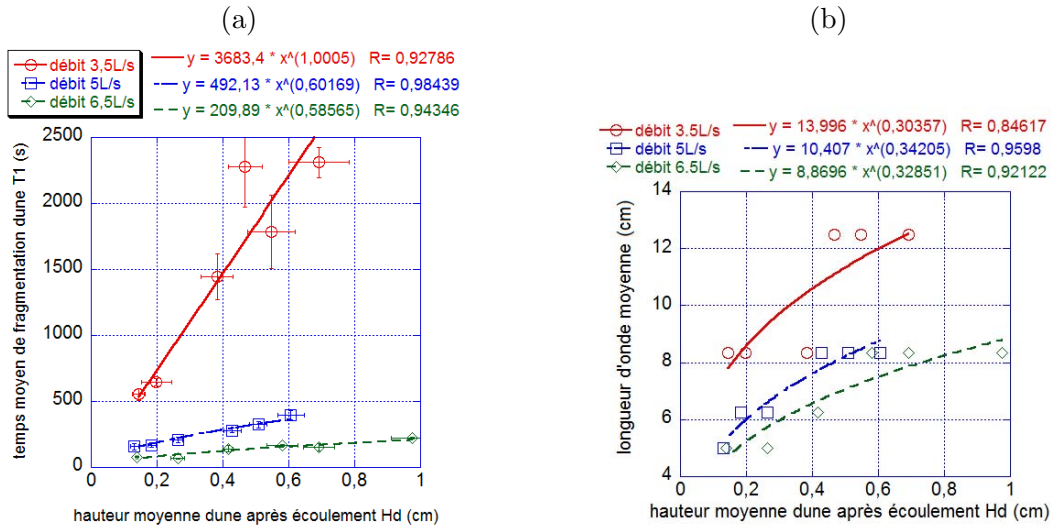


FIGURE 2.28 – (a) Temps moyen de fragmentation et (b) longueur d'onde à la fragmentation en fonction de la hauteur des dunes transverses, à 3 débits différents.

2.7.4 Barkhane

De même que pour les dunes transverses, pour un débit donné, la vitesse de migration des barkhanes diminue avec la hauteur. La loi d'échelle trouvée est $V_B \propto h_B^{-0,5}$ (voir figure 2.29a). La hauteur et la longueur de nos barkhanes ne varient pas de façon proportionnelle lorsque la masse initiale de la dune augmente (voir figure 2.29b) : $L_0 \propto H_B^{0,5}$. Les exposants de ces lois d'échelle varient peu avec le débit de l'écoulement.

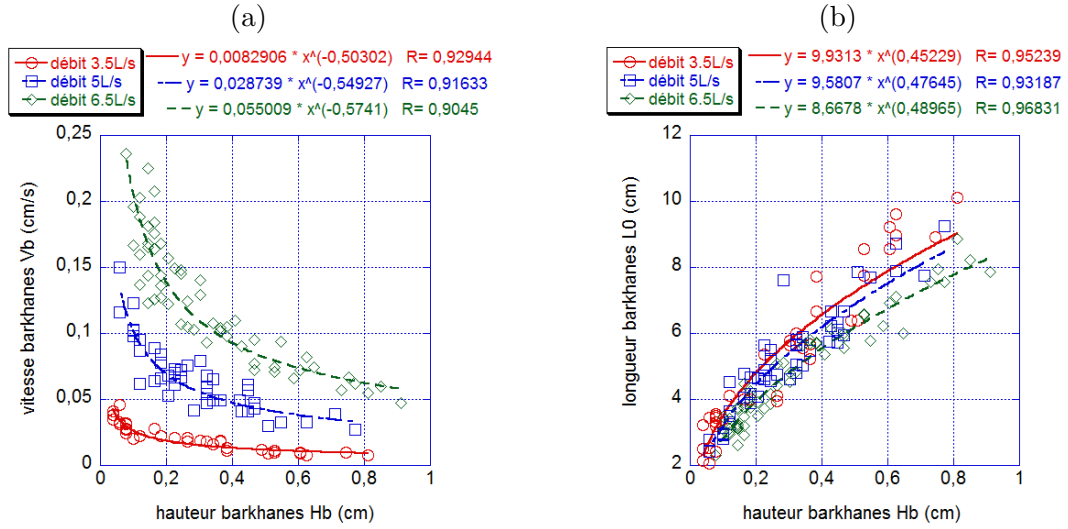


FIGURE 2.29 – (a) Vitesse et (b) longueur des barkhanes en fonction de leur hauteur pour les barkhanes formées dans le chenal hydraulique à 3 débits différents.

2.7.5 Comparaison entre expériences et modèle

2.7.5.1 Vitesse de migration

Nos résultats expérimentaux montrent que la vitesse de migration des dunes n'est pas inversement proportionnelle à la hauteur mais à la hauteur à la puissance 0,4 pour les dunes transverses et 0,5 pour les barkhanes.

La vitesse est cependant inversement proportionnelle à la longueur de la dune. Cet aspect est discuté par Kroy *et al.* (2002a), qui montrent que la vitesse d'une dune 2D, est inversement proportionnelle à la longueur de la face amont². Pour la plupart des dunes éoliennes, hauteur et longueur sont proportionnelles. Cependant, ce n'est pas le cas avec nos dunes. Les données présentées ici confirment que le cas général est la proportionnalité de la vitesse avec l'inverse de la longueur de la dune.

Notre modèle prédit une vitesse de migration des dunes $V = \frac{qT_e}{h}$ avec q le flux au sommet de la dune et T_e le taux de capture de sédiment sur la face aval. Notre modèle fait cependant l'hypothèse que la hauteur et la longueur de la dune sont proportionnelles. Les prédictions de notre modèle ne peuvent donc pas s'appliquer au cas des

2. Kroy *et al.* (2002a) partent de la conservation de la masse $\frac{\partial h}{\partial t} = -\frac{\partial q}{\partial x}$ sur une dune se déplaçant sans se déformer $h(x) = \tilde{h}(x - Vt)$, simplifiée en $V \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{\partial q}{\partial x}$. En intégrant cette équation entre le pied amont de la dune ($x = 0$) et la crête de la dune ($x = L_0$), nous obtenons : $V = \frac{q(L_0) - q(0)}{h_0}$, avec $q(0)$ le flux en amont de la dune sur sol plat et $q(L_0)$ le flux au sommet de la dune. Or le flux au sommet de la dune est $q(L_0) = q(0)(1 + \mathcal{A} \frac{h_0}{L_0})$, d'après Jackson et Hunt (1975). Cela conduit donc à $V = \mathcal{A} \frac{q(0)}{L_0}$.

dunes formées dans les conditions expérimentales utilisées ici.

Il faudrait modifier notre modèle pour prendre en compte la dépendance de la pente amont θ avec la hauteur de la dune. La conservation de la masse et l'expression des flux latéraux serait alors à réécrire complètement. Une modification moins lourde de notre modèle consisterait à conserver une pente amont θ constante, mais à faire dépendre le flux au sommet de la dune avec la hauteur de la dune $q(h)$ ³. En effet, le flux au sommet de la dune dépend au premier ordre de la pente amont. Cette approche permettrait de conserver le formalisme du modèle.

La forte variabilité de la pente amont de la dune peut venir de la faible taille des dunes observées (hauteur inférieure au centimètre) ou du confinement de l'écoulement (hauteur d'eau inférieure à 5 cm).

2.7.5.2 Déstabilisation

Par une analyse de stabilité linéaire de la dune transverse rectiligne (§ 2.3), notre modèle permet de dériver analytiquement les expressions de la longueur d'onde et du temps de fragmentation en fonction des paramètres du modèle. Notre modèle prédit $\lambda_f \propto \frac{h_0}{qT_e}$ et $t_f \propto \frac{h_0^2}{qT_e}$. Cependant, comme nous nous y attendons après avoir vu que notre modèle ne s'applique pas aux dunes étudiées expérimentalement ici, les données expérimentales et les prédictions ne sont pas en accord. Même si nous introduisons une dépendance de q avec la hauteur de la dune, il n'y a pas de loi de puissance de q en fonction de la hauteur qui permette de retrouver à la fois les dépendances de la vitesse, de la longueur d'onde et du temps de fragmentation avec la hauteur de la dune.

2.7.6 Conclusion

Nous avons identifié une autre limite de notre modèle : notre modèle n'est applicable que dans les cas où la hauteur et la longueur d'une dune sont proportionnelles, ce qui est le cas de la majorité des dunes éoliennes, mais qui n'est pas le cas des dunes formées dans ces expériences en chenal.

3. L'analyse de stabilité linéaire menée dans les conditions $\delta = 0$ et $q(h) = q(h_0)(1 + \mathcal{Q}\frac{h-h_0}{h_0})$; permet de montrer que la stabilité dépend de ρ et de \mathcal{Q} : Pour $\mathcal{Q} < 1$, la dune est stable si $\rho < 1$ et instable si $\rho > 1$. Par contre, pour $\mathcal{Q} > 1$, la stabilité est atteinte si $\rho > 1$.

2.8 Conclusion

Nous avons présenté dans cette partie un modèle permettant d'étudier des dunes formées sur fond plat non érodable sous un écoulement unidirectionnel. Ce modèle permet de décrire une dune uniquement par les coordonnées de sa crête. Il permet de mener analytiquement l'analyse de stabilité linéaire d'une dune transverse rectiligne. La stabilité d'une dune transverse dépend de deux paramètres clés du modèle. Le premier est le rapport entre les coefficients de diffusion caractérisant le transport latéral sur les faces aval et amont, $\rho = D_d/D_u$. Le second est δ , qui caractérise la dépendance du taux de capture de sédiment sur la face d'avalanche T_e avec la hauteur de la dune $\delta = h_0 T'_e(h_0)/T_e(h_0)$.

Les prédictions de notre modèle sont en accord avec celles des modèles de la littérature, qui s'attachent à montrer l'instabilité de la dune transverse rectiligne. Cependant, notre modèle permet d'identifier les mécanismes contradictoires qui concourent à la déstabilisation. Il est remarquable de noter que notre analyse prédit une zone de stabilité de la dune transverse rectiligne. La stabilité est atteinte lorsque le coefficient de diffusion sur la face amont est supérieur à celui sur la face aval ($\rho < 1$) et que le taux de capture de sédiment ne dépend pas de la hauteur.

La résolution numérique du modèle montre que la dune transverse rectiligne instable se fragmente en barkhanes aux temps longs. Les effets non-linéaires ne permettent pas sa stabilisation et ont tendance à accélérer la fragmentation.

Le modèle permet également d'étudier les barkhanes. Les barkhanes ont un profil parabolique déformé au niveau des cornes et leur vitesse est inversement proportionnelle à la hauteur de la dune et sature pour les petites dunes. Le bilan sédimentaire sur la dune montre que la barkhane isolée, dans des conditions d'équilibre de flux, est instable aux perturbations de sa largeur.

Les paramètres physiques du modèle comme les coefficients de diffusion latérale de sédiment sont exprimés à partir de la forme des barkhanes relevées sur le terrain. Des données de la littérature et des mesures sur image satellites sont utilisées. La diffusion sur la face amont augmente avec le cisaillement exercé par le vent sur la dune. La validité des hypothèses de notre modèle est vérifiée pour les grandes dunes, pour lesquelles la pente amont varie peu avec la hauteur de la dune.

Des expériences en chenal hydraulique permettent de reproduire en laboratoire la fragmentation d'une dune transverse rectiligne en barkhanes. Cette étude révèle que les dunes formées sont différentes de celles jusqu'ici étudiées. Hauteur et longueur des dunes ne varient pas proportionnellement, ce qui ne rentre pas dans le cadre des hypothèses

de notre modèle.

Le modèle présenté ici rend compte de la physique des dunes formées sur fond plat non érodable sous un écoulement unidirectionnel et dont la pente amont est constante avec la hauteur de la dune.

Chapitre 3

Analyse des modes de transport en présence de formes sédimentaires

Après avoir étudié les structures formées sur fond non érodable, nous nous intéressons dans cette partie à l'analyse des différents modes de transport en présence de formes sédimentaires. Après une présentation du dispositif expérimental et des méthodes utilisées (§ 3.2), nous analyserons la morphologie des structures créées (§ 3.3), puis nous étudierons les différents modes de transport (charriage et suspension) et l'évolution temporelle de leur partitionnement (§ 3.4).

3.1 Introduction

Les structures sédimentaires sont soumises en milieu naturel à toute une gamme de paramètres très variables. Pour étudier ces structures dans un environnement contrôlé, les scientifiques ont développé des dispositifs expérimentaux.

Les structures sous écoulement continu sont étudiées soit dans des chenaux hydrauliques, soit en géométrie circulaire de type Couette (Betat *et al.*, 1999; Mouilleron-Arnould, 2002). De nombreux scientifiques utilisent des chenaux à surface libre (Banks et Collinson, 1975; Bennett et Best, 1995; Costello et Southard, 1981; Guignier, 2011; Ha et Chough, 2003; Kuhnle et Wren, 2009; Rauen *et al.*, 2008; Sumer *et al.*, 2003; Tuijnder *et al.*, 2009; Wren *et al.*, 2007), de même que notre étude expérimentale du § 2.7. Ces chenaux, de profondeur variant de quelques décimètres pour la plupart à 2 mètres (Carling *et al.*, 2005), sont parfois inclinables et permettent l'étude des struc-

tures formées avec des matériaux divers : des sables fins (Jopling et Forbes, 1979) au gravier grossier (Carling *et al.*, 2005; Shvidchenko et Pender, 2000).

Des conduites expérimentales fermées sont également utilisées pour étudier les dunes¹ (Doppler, 2005; Langlois, 2005). Ces chenaux fermés permettent notamment de se placer dans des conditions de fort taux de cisaillement (Abrahams, 2003; Nnadi et Wilson, 1995). Le suivi tridimensionnel de la morphologie des structures est réalisable au cours du temps sans arrêter l'expérience (Dréano *et al.*, 2008).

Le mécanisme de base de la formation de l'instabilité d'un lit granulaire cisailé par un écoulement est le déphasage entre le cisaillement exercé par le fluide et le relief. Ensuite les dunes mûrissent. Si la prédiction de la longueur d'onde initiale a fait l'objet de plusieurs études, à la fois en écoulement turbulent (Andreotti *et al.*, 2002a; Colombini et Stocchino, 2011; Engelund et Fredsoe, 1982; Fourrière *et al.*, 2010; Kroy *et al.*, 2002b; Langlois et Valance, 2007; Sumer et Bakioglu, 1984) et visqueux (Betat *et al.*, 1999; Charru et Mouilleron-Arnould, 2002; Valance et Langlois, 2005), la morphologie finale des dunes est moins étudiée.

Langlois a conçu en 2005 le chenal hydraulique que nous utilisons. Il a étudié la morphologie des dunes formées à partir d'un lit de billes monodispersées. Il a mis en évidence l'augmentation de la longueur d'onde et la croissance de l'amplitude. Nous reprenons une configuration expérimentale similaire pour étudier non seulement la morphologie du fond sédimentaire, mais également caractériser le transport de sédiment. Nous cherchons à relier le transport de sédiment à l'évolution des dunes.

1. Nous avons discuté dans l'introduction (§ 1.1.2) de la différence entre rides et dunes. Dans la suite de cette étude, nous nommerons toutes les structures formées dunes.

3.2 Matériel et méthode

3.2.1 Chenal hydraulique

Le dispositif expérimental utilisé est un canal en plexiglas rectiligne de profondeur 77 mm, de largeur $l_c = 120$ mm et de longueur 3 m. La conduite est fermée par un couvercle monté sur charnières et fermé par des fermoirs à levier. Le chenal est entièrement en plexiglas de façon à visualiser facilement l'évolution de son contenu. Le bâti du chenal est conçu pour être facilement équipé d'appareils de mesure. Le chenal est légèrement incliné de $0,5^\circ$ de façon à chasser facilement les bulles vers la sortie. En sortie, l'eau et les grains sont récupérés dans une cuve avec un filtre. L'eau filtrée des grains est pompée vers l'entrée du chenal. La section de sortie peut être obturée de façon à pouvoir remplir le canal sans écoulement.

Ce chenal a été conçu lors de la thèse de doctorat de Vincent Langlois (2005). Julie Dréano (2009), lors de sa thèse, a mis en place un système d'apport de sédiment et changé le système d'apport en eau. Lors de ce travail de thèse, une nouvelle amélioration a été apportée au chenal : un piège à sédiment. Le détail de la méthode de piégeage est présenté dans le § 3.2.6.

Dans la suite de l'étude, l'axe longitudinal qui est la direction principale de l'écoulement, sera l'axe x , l'axe perpendiculaire horizontal, y et l'axe perpendiculaire vertical, z (voir figure 3.1).

Circuit hydraulique

En régime optimal, la pompe fonctionne à un débit trop important par rapport à celui nécessaire dans cette étude. Pour que la pompe fonctionne en régime optimal et pour obtenir une gamme de débit adéquat, une dérivation sert à ramener une partie de l'eau pompée vers la cuve de récupération. Cette dérivation est équipée d'une vanne manuelle. Une autre vanne manuelle en entrée du chenal permet un réglage plus fin du débit injecté dans le chenal.

L'eau sort de la pompe dans un tuyau souple avant de rejoindre une section horizontale rigide et métallique de 2,5 cm de diamètre sur laquelle sont installés la vanne de contrôle du débit et le débitmètre.

Lorsque l'eau pénètre dans le chenal, le brusque changement de section produit des perturbations. Pour réduire ces perturbations et casser les grosses structures turbulentes de l'écoulement, un milieu poreux constitué de billes fixées puis de pailles collées entre elles, est installé dès l'entrée du chenal. Une rampe fait ensuite converger l'écoulement à la profondeur voulue et une zone de stabilisation de l'écoulement de 45 cm est prévue.

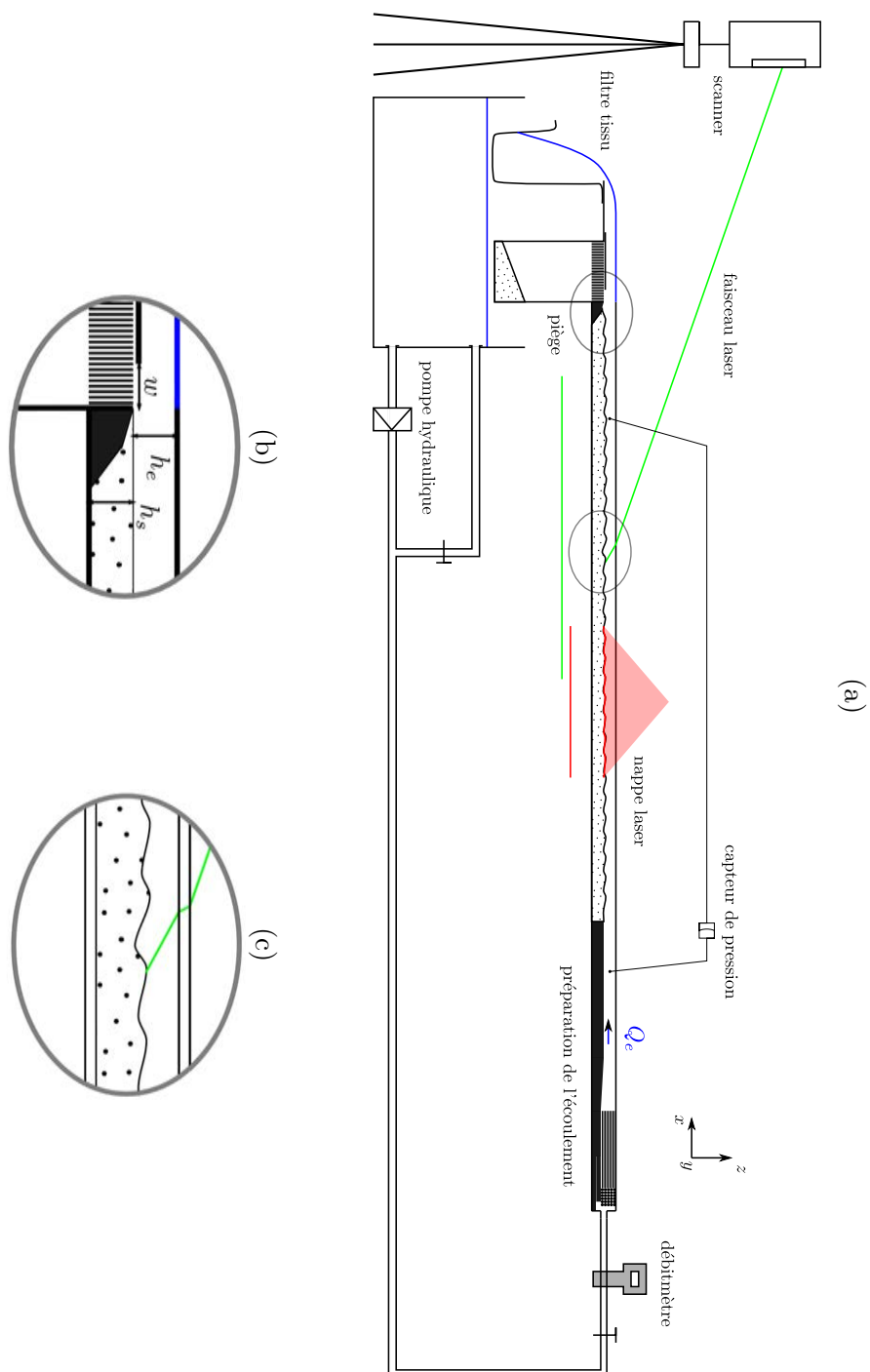


FIGURE 3.1 – Schéma du chenal expérimental.

Ensuite vient le lit sédimentaire de longueur 2,04 m (voir figure 3.1a).

Lit granulaire

Le milieu granulaire utilisé dans les expériences est constitué de billes en verre sphériques Sigmund Lindner S de masse volumique $\rho_p=2,5 \text{ kg/m}^3$. La sphéricité des billes est supérieure à 89%. Deux lots de billes de diamètres différents sont utilisés : un lot avec des diamètres de 0,15 à 0,25 mm et l'autre de 0,4 à 0,6 mm (voir figure 3.2). Dans la suite, le diamètre de référence utilisé pour chaque lot sera le diamètre médian qui est respectivement de 200 μm et 500 μm .

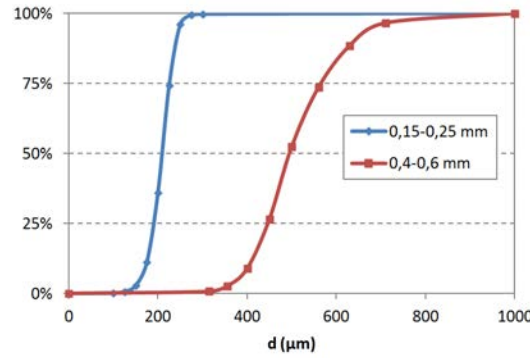


FIGURE 3.2 – Répartition granulométrique cumulée des deux types de particules utilisées.

Le lit sédimentaire est préparé en déposant des billes préalablement saturées en eau dans le chenal sur l'épaisseur voulue. La compacité du milieu est ensuite uniformisée par passages successifs d'une spatule dans le lit. Pour avoir une hauteur constante sur toute la longueur, une raclette est passée de façon à retirer l'excès de sédiment. L'épaisseur h_s du lit sédimentaire est de 4 cm pour toutes les expériences. Pour faire varier la hauteur d'eau h_e , des cales sont placées sous le lit sédimentaire. Trois hauteurs d'eau différentes sont étudiées : 37 ; 27 et 12 mm.

3.2.2 Caractérisation de l'écoulement

Lors de sa thèse de doctorat, Julie Dréano (2009) a caractérisé l'écoulement dans le chenal avec la technique de P.I.V. (Particle Image Velocimetry). La caractérisation de l'écoulement sur fond rugueux montre que la vitesse horizontale peut être ajustée par un profil logarithmique, ce qui permet d'évaluer la vitesse de frottement turbulent. Des mesures avec deux diamètres de particules et deux hauteurs d'eau, permettent d'ajuster

les variations de la vitesse de frottement u_* selon la loi :

$$u_* = K \frac{Q_e^{7/8} \nu^{1/8}}{R_h^{15/8}} \quad (3.1)$$

où K est une constante ($K=0,083\pm0,003$), Q_e le débit d'eau, ν la viscosité cinématique et $R_h = \sqrt{h_e l_c / \pi}$ le rayon hydraulique. Cette expression est établie pour des vitesses débitantes entre 10 et 40 cm/s, pour des hauteurs d'eau entre 32 et 37 mm, des nombres de Reynolds hydraulique $Re = h_e V_d / \nu$ entre $3 \cdot 10^4$ et $1,5 \cdot 10^5$, et des rugosités de 100 μm et 500 μm . La vitesse débitante est $V_d = \frac{Q_e}{l_c h_e}$. Le nombre de Shields déterminé avec cette estimation de la vitesse de frottement sur fond plat u_* est noté $Sh_0 = \frac{\rho_f u_*^2}{(\rho_p - \rho_f) g d}$.

3.2.3 Régime d'écoulement et de transport

Les paramètres hydrauliques permettent d'estimer les régimes d'écoulement et de transport. Le diagramme 3.3 présente le nombre de Shields en fonction du nombre de Reynolds particulaire pour les expériences réalisées.

Le seuil de mise en mouvement est déterminé expérimentalement pour les deux types de particules. En partant d'un lit plat, le débit d'eau est augmenté par palier jusqu'à ce que quelques grains soient entraînés par l'écoulement. Les valeurs obtenues ($Sh_c \approx 0,07$ pour les particules de 200 μm et $Sh_c \approx 0,04$ pour celles de 500 μm) sont proches de celles attendues.

Les expériences se situent donc dans des gammes de nombres de Rouse pour lesquels une coexistence de la suspension et du charriage est attendue. Cependant, le charriage dominera pour les particules de 500 μm . Les conditions expérimentales des différentes expériences sont détaillées dans la table 3.1.

3.2.4 Mesure du relief

Différentes méthodes permettent de mesurer une variation de la forme du fond. Langlois (2005) a utilisé la télémétrie laser (chenal ouvert et vide d'eau) et Dréano (2009) le moiré (chenal en eau). D'autres méthodes comme la photogrammétrie 3D (Butler *et al.*, 2002) peuvent aussi être envisagées.

3.2.4.1 Déviation de nappe laser

Cette méthode permet de mesurer la déformation d'un profil sur une ligne. Une nappe laser est projetée sur le lit granulaire de façon oblique. Une photo est prise à la

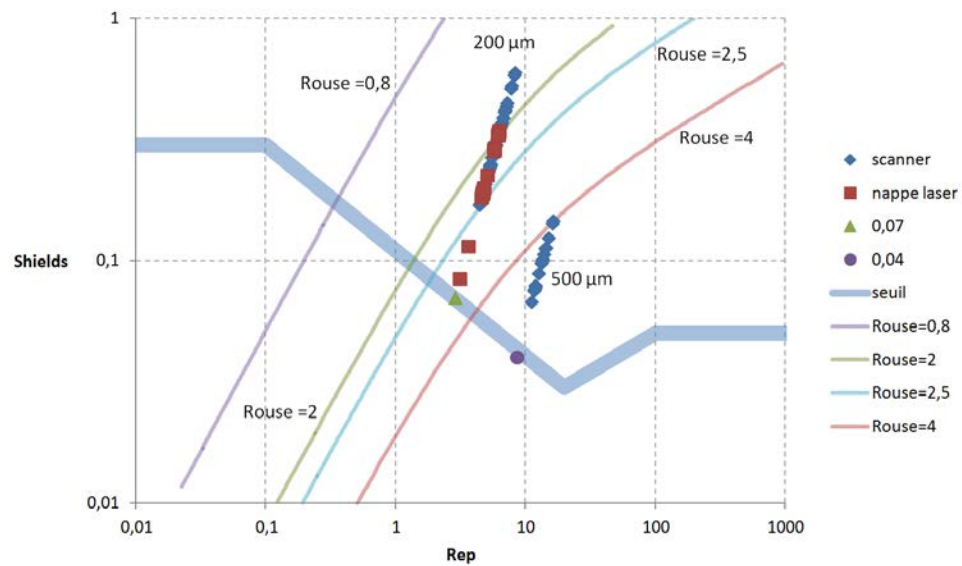


FIGURE 3.3 – Diagramme représentant le nombre de Shields en fonction du nombre de Reynolds particulaire. La ligne continue large bleue représente une estimation du seuil de mise en mouvement des grains (d’après Graf et Altinakar (1996)). Les symboles représentent les expériences effectuées (pour les carrés rouges, la morphologie est suivie avec la nappe laser ; pour les losanges bleus, le lidar est utilisé). Le triangle vert et le cercle violet correspondent au seuil de mise en mouvement déterminé expérimentalement pour les billes de 200 μm et 50 μm respectivement. Les lignes continues fines présentent les isovaleurs du nombre de Rouse (de gauche à droite 0,8 ; 2 ; 2,5 et 4).

	Diamètre des billes d	Hauteur d'eau h _e	Ouverture du piège w	Vitesse débitante V _d	Débit d'eau Q _e	Vitesse de frottement u*	Nombre de Reynolds particu- laire R _{ep} *	Nombre de Shields Sh ₀	Nombre de Rouse	Vitesse de sédimen- tation Vs
	μm	mm	mm	10 ⁻² m/s	10 ⁻³ m ³ /s	10 ⁻² m/s				10 ⁻² m/s
manip01	200	37	10	34,2	1,52	2,37	4,73	0,19	2,4	2,31
manip02	200	37	30	34,9	1,55	2,41	4,82	0,20	2,4	2,33
manip03	200	37	50	34,2	1,52	2,37	4,73	0,19	2,4	2,31
manip04	200	37	30	34,1	1,51	2,36	4,72	0,19	2,4	2,31
manip05	200	37	100	34,5	1,53	2,39	4,78	0,19	2,4	2,32
manip06	200	37	10	34,2	1,52	2,37	4,73	0,19	2,4	2,31
manip07	200	37	100	34,2	1,52	2,37	4,73	0,19	2,4	2,31
manip08	200	37	50	34,5	1,53	2,38	4,77	0,19	2,4	2,32
manip09	200	37	30	34,0	1,51	2,36	4,72	0,19	2,4	2,31
manip10	200	37	100	39,6	1,76	2,69	5,39	0,25	2,2	2,42
manip11	200	37	30	39,9	1,77	2,71	5,42	0,25	2,2	2,43
manip12	200	37	50	39,7	1,76	2,70	5,39	0,25	2,2	2,42
manip13	200	37	10	39,3	1,75	2,67	5,35	0,24	2,2	2,42
manip14	200	37	50	46,2	2,05	3,08	6,16	0,32	2,0	2,53
manip15	200	37	100	46,2	2,05	3,08	6,16	0,32	2,0	2,53
manip16	200	37	30	46,2	2,05	3,08	6,16	0,32	2,0	2,53
manip17	200	37	10	45,9	2,04	3,06	6,13	0,32	2,0	2,53
manip18	200	37	50	46,4	2,06	3,10	6,19	0,33	2,0	2,54
manip19	200	37	50	39,4	1,75	2,68	5,36	0,24	2,2	2,42
manip38	200	37	200	39,8	1,77	2,70	5,41	0,25	2,2	2,42
manip39	200	37	200	46,9	2,08	3,12	6,25	0,33	2,0	2,55
manip40	200	37	200	44,3	1,97	2,97	5,94	0,30	2,1	2,50
manip41	200	37	200	37,5	1,67	2,57	5,14	0,22	2,3	2,38
manip42	200	37	200	49,2	2,18	3,25	6,51	0,36	1,9	2,58
manip43	200	37	200	47,1	2,09	3,13	6,27	0,33	2,0	2,55
manip44	200	37	200	51,2	2,28	3,37	6,75	0,39	1,9	2,61
manip46	200	37	200	49,9	2,22	3,30	6,60	0,37	1,9	2,59
manip47	200	37	200	37,3	1,66	2,55	5,11	0,22	2,3	2,38
manip48	200	37	200	34,5	1,53	2,39	4,78	0,19	2,4	2,32
manip49	200	37	200	37,2	1,65	2,55	5,09	0,22	2,3	2,37
manip50	200	37	200	43,5	1,93	2,93	5,85	0,29	2,1	2,49
manip51	200	37	200	49,5	2,20	3,28	6,55	0,36	1,9	2,59
manip52	200	37	200	43,9	1,95	2,95	5,90	0,30	2,1	2,50
manip20	500	37	100	40,2	1,78	2,73	13,63	0,10	4,6	5,09
manip21	500	37	10	40,2	1,78	2,73	13,63	0,10	4,6	5,09
manip22	500	37	200	40,0	1,78	2,72	13,59	0,10	4,6	5,09
manip23	500	37	200	41,3	1,83	2,79	13,96	0,11	4,5	5,13
manip24	500	37	200	49,5	2,20	3,28	16,38	0,15	4,0	5,34
manip25	500	37	200	34,2	1,52	2,37	11,83	0,08	5,0	4,90
manip26	500	37	200	39,4	1,75	2,68	13,41	0,10	4,6	5,07
manip27	500	37	200	34,9	1,55	2,41	12,06	0,08	5,0	4,92
manip28	500	37	10	42,6	1,89	2,87	14,35	0,11	4,4	5,16
manip29	500	37	200	33,9	1,51	2,35	11,75	0,08	5,1	4,89
manip30	500	37	200	42,8	1,90	2,88	14,41	0,11	4,4	5,17
manip31	500	37	200	34,5	1,53	2,39	11,94	0,08	5,0	4,91
manip32	500	37	200	39,4	1,75	2,68	13,41	0,10	4,6	5,07
manip33	500	37	200	37,2	1,65	2,55	12,74	0,09	4,8	5,00
manip34	500	37	200	45,0	2,00	3,01	15,07	0,12	4,2	5,23
manip35	500	37	200	48,8	2,17	3,23	16,16	0,14	4,0	5,33
manip36	500	37	200	31,9	1,42	2,23	11,14	0,07	5,3	4,82
manip37	pas de billes	37								
manip53	200	27	200	40,4	1,31	2,79	5,59	0,27	2,1	2,45
manip54	200	27	200	59,7	1,94	3,93	7,87	0,53	1,7	2,74
manip55	200	27	200	37,4	1,21	2,62	5,23	0,23	2,2	2,40
manip56	200	27	200	45,8	1,48	3,12	6,24	0,33	2,0	2,55
manip57	200	27	200	64,1	2,08	4,19	8,38	0,60	1,6	2,80
manip58	200	27	200	42,2	1,37	2,90	5,80	0,29	2,1	2,48
manip59	200	27	200	63,3	2,05	4,14	8,28	0,58	1,6	2,79
manip60	200	27	200	58,8	1,91	3,88	7,77	0,51	1,7	2,73
manip61	200	27	200	35,0	1,13	2,46	4,93	0,21	2,3	2,35
manip62	200	27	200	51,7	1,68	3,47	6,94	0,41	1,9	2,64
manip63	200	27	200	47,6	1,54	3,23	6,46	0,35	1,9	2,57
manip64	200	27	200	50,1	1,62	3,37	6,75	0,39	1,9	2,61
manip65	200	27	200	53,5	1,73	3,57	7,15	0,43	1,8	2,66
manip66	200	12	200	35,9	0,52	2,65	5,30	0,24	2,2	2,41
manip67	200	12	200	49,5	0,71	3,51	7,03	0,42	1,8	2,65
manip68	200	12	200	55,6	0,80	3,89	7,77	0,51	1,7	2,73
manip69	200	12	200	51,4	0,74	3,63	7,26	0,45	1,8	2,67
manip70	200	12	200	29,5	0,43	2,23	4,47	0,17	2,5	2,27
manip71	200	12	200	29,7	0,43	2,25	4,50	0,17	2,5	2,27
manip72	200	12	200	49,2	0,71	3,49	6,99	0,41	1,8	2,64
manip73	200	12	200	41,7	0,60	3,02	6,04	0,31	2,0	2,52

TABLE 3.1 – Conditions des expériences dont la morphologie est analysée par le lidar.

verticale du chenal. Après calibration, la mesure de la déviation de la ligne d'impact visualisée sur la photo permet de remonter à la variation de la hauteur de la structure.

Cette méthode est bien adaptée pour une mesure effectuée uniquement sur une ligne (le centre du chenal ici) et dans le cas de structures uniformes dans la largeur du chenal. C'est celle qui a été retenue dans un premier temps.

Kinect™

Mankoff et Russo (2013) montrent que Kinect™, le périphérique de la console de jeu vidéo Xbox360® de Microsoft® peut être utilisé comme caméra 3D à bas coût. Des tests sur le chenal montrent cependant que la résolution n'est pas suffisante pour le type de mesure à effectuer.

3.2.4.2 Scanner lidar

Lidar est l'acronyme de *light detection and ranging*. Cette technique de télédétection par laser consiste à envoyer un faisceau lumineux sur l'objet à mesurer. Lorsque le faisceau rencontre un obstacle, il est réfléchi. La distance à l'objet est donnée par la mesure du délai entre l'impulsion du signal émis et la réception du signal réfléchi.

Le lidar utilisé (Leica ScanStation TLS) est conçu pour fonctionner dans l'air. Cependant, le faisceau laser pulsé Nd :YAG à 532 nm est bien adapté pour pénétrer dans l'eau en étant peu absorbé. D'autres lidars fonctionnent à des longueurs d'onde dans le rouge ou l'infra rouge, beaucoup plus absorbées par l'eau, ce qui ne serait pas approprié pour notre étude. En effet, à 532 nm (visible, vert), l'eau a un coefficient d'absorption de $0,0447 \text{ m}^{-1}$, alors qu'à 658 nm (visible, rouge), le coefficient d'absorption est de $0,393 \text{ m}^{-1}$ (Pope et Fry, 1997).

Smith *et al.* (2012) présentent ainsi une méthode pour scanner un lit de gravier à travers l'eau grâce à des lasers terrestres. C'est cette approche qui est reprise dans notre étude.

La durée d'un scan du chenal est de l'ordre de 5 secondes, l'écart de temps entre chaque scan est d'environ 20 secondes. Le scanner lidar fait parfois des pauses lors des mesures et ne mesure pas à vitesse constante. En effet, destiné initialement à des mesures sur des terrains accidentés, il est conçu pour vérifier son horizontalité pendant les mesures. Grâce aux données internes au logiciel qui pilote le scanner, nous pouvons remonter au temps auquel chaque scan débute.

3.2.4.3 Traitement du nuage de points

Le logiciel pilote du scanner fournit un nuage de points : dans chaque direction du faisceau, la distance avant réflexion est évaluée. Pour comparer les formes déposées sur le chenal entre chaque scan, nous cherchons à obtenir une évaluation de la hauteur z sur une grille espacée régulièrement en x et y . Pour cela, le nuage initial est traité pour corriger la réfraction, l'effet des rayures, l'orientation du chenal par rapport au laser, et obtenir finalement les données d'altitude sur une grille.

Correction de la réfraction

Comme le faisceau laser traverse différents milieux avant de rencontrer le lit granulaire, il va donc être réfracté lors de son trajet. Le nuage de points brut reconstruit par le logiciel fourni avec le lidar doit ainsi être corrigé pour prendre en compte les réfractions successives. Le faisceau est émis dans l'air, va traverser le couvercle en polycarbonate du chenal, puis pénétrer dans l'eau, avant d'être réfléchi et de parcourir le chemin inverse (voir figure 3.1c). Le calcul de correction de la réfraction est détaillé dans l'annexe D.

La figure 3.4 montre les profils de hauteur d'un scan obtenu dans des conditions où le faisceau n'est pas réfracté (couvercle ouvert, chenal vide avec un fond plat, figure 3.4a), et un autre où le faisceau est réfracté (couvercle fermé, chenal en eau) et la correction appliquée (figure 3.4b).

Sur le scan sans eau et en fond plat, il est visible que le chenal présente une légère pente (figure 3.4a). Après la mise en eau et la correction de la réfraction (figure 3.4b), cette même pente est retrouvée. Nous remarquons de plus la présence de rayures qui conduisent localement à une erreur sur la hauteur de l'ordre de 2 mm.

La différence de hauteur des deux scans (figure 3.4c) montre que le scan corrigé est environ 1,5 mm plus bas que le scan initial. Il n'y a pas de forte dépendance spatiale de cet écart, ce qui montre que la correction de la réfraction est correcte à une constante près. L'erreur estimée d'altitude sur un point de mesure est de l'ordre de 0,8 mm.

Rayures

Le chenal ayant déjà été utilisé pendant quelques années, il présente sur son couvercle des rayures localisées. Ces rayures dévient le faisceau laser et créent des points qu'il n'est pas souhaitable de conserver dans la poursuite des analyses. Pour écarter ces points, la position des rayures est repérée en coordonnées sphériques à partir du point d'origine du faisceau laser et un filtre est ensuite appliqué aux nuages de points bruts. L'erreur induite par les rayures est fortement atténuée par la suppression de ces points, mais leur trace est encore visible (voir figure 3.4b,c).

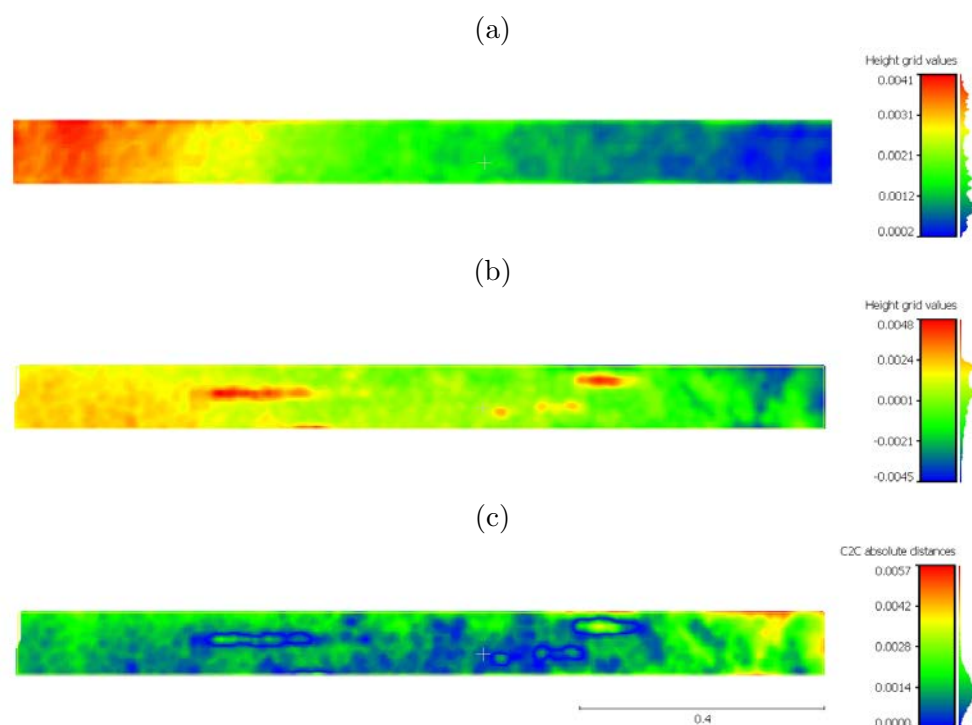


FIGURE 3.4 – (a) Altitude d'un scan obtenu couvercle ouvert, le chenal est chenal vide avec un fond plat. (b) Altitude d'un scan obtenu en partant de la même configuration, couvercle fermé et chenal en eau. Pour ce deuxième scan, la réfraction est corrigée. (c) Différence d'altitude entre les deux scans précédents. L'unité de distance est le mètre.

Correction de l'orientation

Le scanner n'est pas exactement orienté dans l'axe du chenal. Une rotation est donc appliquée au nuage de points.

Obtention de l'altitude sur un maillage régulier

Pour comparer les données entre elles et les analyser, il est plus simple d'avoir des données réparties uniformément sur une grille régulière plutôt qu'un nuage de points de coordonnées connues, mais dont la position varie de scan en scan.

Pour cela, nous générons une surface qui reprend la forme du nuage de points obtenu. Cela permet également de combler les zones qui correspondent aux rayures. La surface générée à partir du nuage de points utilise la reconstruction de Poisson (pour plus de détail sur cette technique, voir Kazhdan et Hoppe (2013)).

Sur cette surface, sont projetés des points répartis uniformément sur un maillage régulier en x et y de pas 2 mm. Nous obtenons alors un modèle numérique pour chaque scan qui sera utilisé pour analyser la morphologie du lit sédimentaire déformé.

3.2.5 Méthodes d'analyse de la morphologie

3.2.5.1 Zones d'étude

Le lit sédimentaire s'étend de la fin de la zone de stabilisation de l'écoulement, jusqu'à la cale en forme de dos de dune et le piège en sortie (voir figure 3.1).

Juste après la cale de stabilisation de l'écoulement, une zone d'érosion plus forte est observée, non représentative du reste du chenal (voir § 3.4.1). Pour l'étude des structures formées, une zone de 1 m de long entre 0,8 et 1,8 m du début du lit est utilisée (zone verte sur la figure 3.1a).

Lors de la durée du scan, les structures ne sont pas immobiles. Avec un temps de scan de 5 s et des vitesses d'avancée des structures entre 1 et 8 mm/s, la distorsion sur une ligne initialement parallèle à l'écoulement peut être comprise entre 5 et 40 mm. Cependant, comme le faisceau laser est radial, ces écarts ne seront visibles qu'à proximité immédiate du scanner, c'est-à-dire à la sortie du chenal. La restriction de l'étude de la morphologie sur une zone à 25 cm de l'extrémité du chenal permet d'éviter la distorsion des structures lors de l'acquisition.

3.2.5.2 Analyse morphologique 2D

Lorsque seule la méthode de la déviation de la nappe laser est utilisée, un profil de hauteur est obtenu uniquement sur la ligne centrale du chenal. Cette ligne mesure

50 cm de long et est placée à 47,5 cm du début du lit sédimentaire (zone en rouge sur la figure 3.1a).

Sur une ligne, la longueur d'onde est calculée par autocorrélation, et l'amplitude des structures est déterminée par la formule :

$$a(y) = \sqrt{\langle h(x, y)^2 \rangle_x - \langle h(x, y) \rangle_x^2} \quad (3.2)$$

où $\langle \rangle_x$ représente la moyenne selon x .

Lorsque le lit sédimentaire est scanné entièrement, les valeurs obtenues par ligne sont moyennées sur l'ensemble des lignes $a = \langle a(y) \rangle_y$. Nous pouvons également calculer directement l'amplitude à partir de l'altitude complète :

$$a_{2D} = \sqrt{\langle h(x, y)^2 \rangle_{xy} - \langle h(x, y) \rangle_{xy}^2} \quad (3.3)$$

L'écart entre $a = \langle a(y) \rangle_y$ et a_{2D} est faible, de l'ordre de 3% (voir figure 3.16).

3.2.5.3 Vitesse d'avancée

La vitesse d'avancée est obtenue par corrélation entre deux profils pris au même endroit mais à deux temps proches différents. Dans le cas de l'étude de la morphologie par déviation de la nappe laser, l'écart de temps entre deux acquisitions est de 5 s, ce qui permet une mesure précise de la vitesse des structures. Elle est estimée à 8 mm/s pour les plus petites et à 1 mm/s pour les plus grandes.

Quand le lit sédimentaire est scanné, la résolution temporelle est plus faible. Avec un écart de temps de l'ordre de 20 s entre deux scans successifs, les dunes ont avancé de plus que leur longueur d'onde entre deux scans successifs, particulièrement au début d'une expérience, quand leur amplitude est faible. Les profils scannés ne permettent donc pas d'estimer la vitesse d'avancée des dunes.

3.2.5.4 Analyse morphologique par transformée de Fourier 2D

L'analyse par transformée de Fourier d'un objet à deux dimensions permet de déterminer les modes principaux de l'objet. Grâce à cette méthode appliquée aux profils d'élévation, l'orientation principale des structures ainsi que leur longueur d'onde sont déterminées. Cette méthode est utilisée par exemple pour étudier la morphologie de structures linéaires à la surface de la Terre à partir des données numériques d'altitude (Cazenave *et al.*, 2013).

La résolution spectrale dans l'espace de Fourier dépend de la taille de la zone à

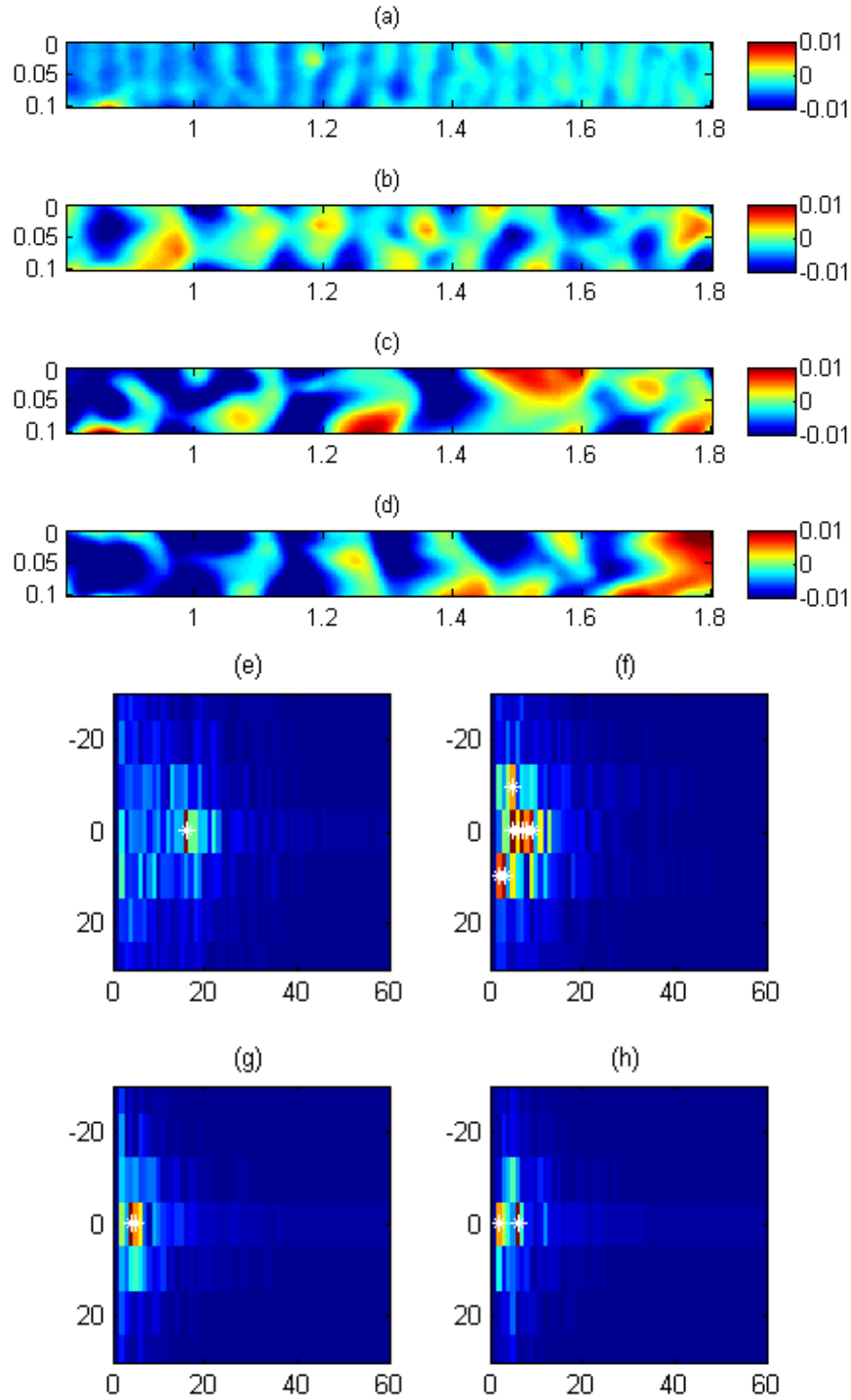


FIGURE 3.5 – Grille d'altitude (a-d) et spectre de transformée de Fourier 2D (e-h). manip41 à 60 s (a,e); 252 s (b,f); 500 s (c,g); 714 s (d,h) de la stabilisation du débit d'eau. L'unité de distance est le mètre. $h_e=37$ mm, $Q_e=100$ L/min.

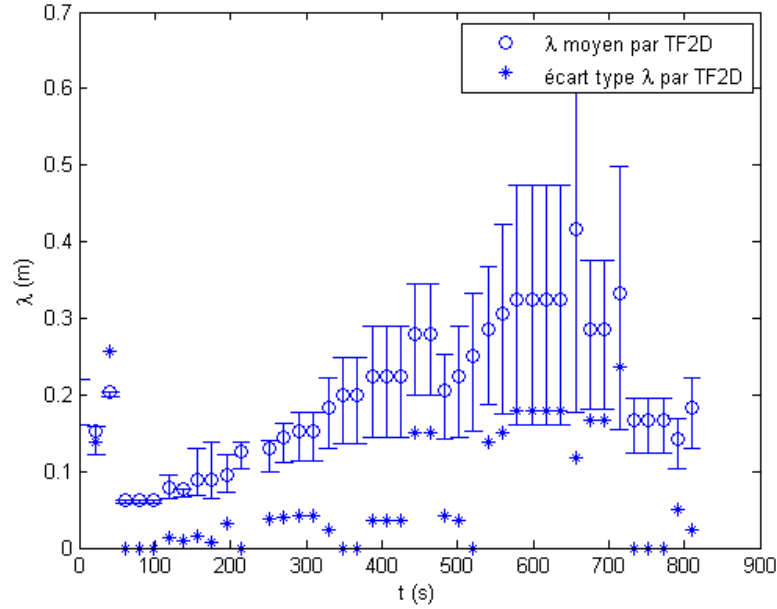


FIGURE 3.6 – Évolution temporelle de la longueur d'onde obtenue par analyse de Fourier 2D. La barre d'erreur caractérise l'erreur de position des modes principaux due à la résolution spectrale, ainsi que la dispersion des modes, alors que l'écart type ne caractérise que la dispersion des modes. manip41.

étudier. Comme les zones étudiées présentent un rapport d'aspect important (longueur de la zone d'étude de l'ordre de 8 fois la largeur du chenal), la résolution spectrale dans la direction y est faible (pas spectral Δk_y grand).

Par détection des nombres d'onde dont la puissance dépasse un seuil de 70% du mode à nombre d'onde nul, la longueur d'onde principale est déterminée.

La figure 3.5 présente les spectres de puissance (e-h) des scans du chenal (a-d). Au début (a,e), un mode prédomine, puis la morphologie du lit évolue (b-d) et le nombre de pics dans l'espace spectral augmente (f-h).

L'évolution temporelle de la longueur d'onde λ est représentée sur la figure 3.6. La barre d'erreur caractérise l'erreur de position des modes principaux due à la résolution spectrale, ainsi que la dispersion des modes, alors que l'écart type ne caractérise que la dispersion des modes. Dans la suite, nous conservons uniquement la barre d'erreur.

3.2.6 Mesure du débit de sédiment

Pour mesurer le débit de sédiment dans le chenal, nous avons adopté une technique de piégeage inspirée de celle utilisée pour le transport éolien du sable (Ho *et al.*, 2014).

La technique mise au point permet non seulement de quantifier le débit de sédiment en temps réel, mais aussi d'estimer le partitionnement entre les deux modes de transport principaux que sont le charriage et la suspension.

3.2.6.1 Intégration au chenal

Des tests préliminaires montrent que la quantité de sédiment à piéger est trop importante pour que le piège soit installé dans le chenal. Nous décidons donc de le fixer en sortie du chenal (voir figure 3.1a).

De façon à ne pas trop perturber l'écoulement au dessus du piège, celui-ci est couvert d'un matériau poreux, en forme de nid d'abeille. Le nid d'abeille utilisé présente une structure alvéolaire de 8 mm sur une hauteur de 4 cm.

La couche de sédiment d'épaisseur h_s de 4 cm va s'éroder progressivement. Pour que le piégeage soit le plus représentatif possible du comportement dans le chenal, le niveau du piège doit se situer au niveau supérieur du lit de sédiment. Or, comme le fond non érodable change brutalement sous le matériau granulaire, il se forme une zone d'érosion forte et de turbulence développée juste à l'amont du piège. Le piégeage en sortie ne reflète plus le transport de sédiment au cœur du chenal. Pour remédier à ce problème, un profil en forme de dos de dune est installé en sortie du chenal, juste avant le piège (voir figure 3.1b et 3.7a).

3.2.6.2 Restriction de l'ouverture du piège

Afin de piéger sélectivement les grains se déplaçant à des hauteurs différentes, une plaque est placée sur le piège pour restreindre son ouverture w (voir figures 3.1b et 3.7b). Nous pouvons estimer de façon approchée la distance de chute, notée L_{chute} , d'un grain lâché initialement à une altitude z dans l'écoulement. En supposant que le grain se déplace à la même vitesse que l'écoulement (caractérisé par un profil logarithmique $u(z) = \frac{u_*}{\kappa} \ln(\frac{z}{z_0})$, voir § 1.2.1), le grain va parcourir une distance L_{chute} avec de toucher le fond sous l'effet de la gravité : $L_{chute} \approx \frac{u_*}{\kappa v_s} z \ln(\frac{z}{z_0})$. Avec des valeurs caractéristiques de nos expériences, nous trouvons les altitudes correspondantes indiquées dans la figure 3.8. La valeur trouvée par le calcul précédent est une estimation de la borne inférieure de la longueur de chute, car nous avons négligé la force induite par les fluctuations turbulentes du fluide sur la verticale.

Pour les particules de 200 μm , l'estimation de la distance de chute montre qu'une ouverture de 1 cm permet de ne piéger que les particules provenant d'une hauteur inférieure à 2 mm. Avec cette ouverture nous piégeons donc principalement des par-



FIGURE 3.7 – Photographies du piège à sédiment en sortie du chenal. (a) Photographie de profil de la sortie du chenal et du raccord avec le piège. Un profil en forme de dos de dune permet d’éviter la formation d’une zone de turbulence élevée. (b) Photographie de la partie haute du piège de 10 cm de long. Une plaque est posée sur le piège de façon à restreindre son ouverture à 3 cm, ce qui correspond à piéger des grains sur une hauteur de 3 ± 1 mm. Sous la plaque est installée une épaisseur de 4 cm de nid d’abeille.

ticules en charriage. Les particules faisant des sauts de très faible distance seront également piégées, mais nous considérons que le flux piégé avec une ouverture de 1 cm est une bonne évaluation du charriage.

Pour les billes de 500 μm , une ouverture de 1 cm permet de piéger les particules provenant d’une hauteur de 3 mm. Les billes de 500 μm n’étant transportées qu’en charriage dans les gammes d’écoulement utilisées, cette ouverture est suffisante pour piéger toutes les particules.

3.2.6.3 Efficacité du piégeage

En sortie du piège, un tissu avec un maillage très fin fait office de filtre et va recueillir toutes les billes non piégées (voir figure 3.1). La masse récupérée dans ce filtre est pesée à la fin de chaque expérience. Le débit de sédiment total est estimé à partir des billes piégées et de celles récupérées dans le filtre en tissu.

Deux pièges de longueurs différentes ont été fabriqués : un de 10 cm de long et l’autre de 20 cm. Avec les billes de 200 μm et le piège de 10 cm de long, l’efficacité du piégeage est de l’ordre de 80% pour les débits étudiés, alors qu’avec le piège de 20 cm de long, l’efficacité atteint 90% (voir figure 3.9). Cela montre l’intérêt d’un piège plus long pour le suivi du transport total de sédiment par cette méthode.

Avec les particules de 500 μm , le piégeage est total pour les débits utilisés, quel que

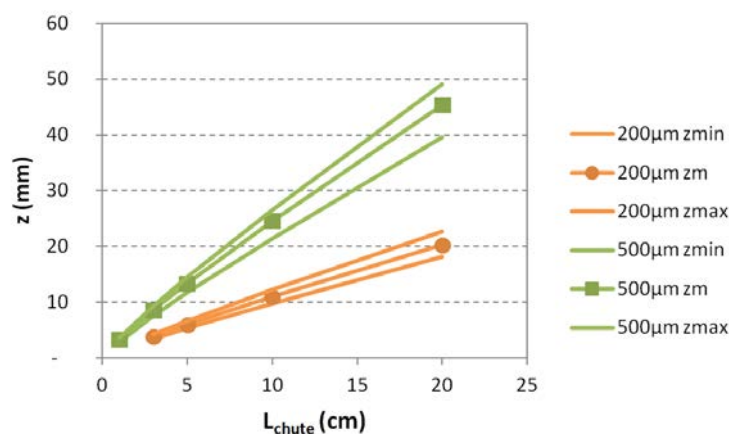


FIGURE 3.8 – Longueur de chute d'un grain lâché dans un écoulement turbulent à une altitude z . $v_s=2,5$ cm/s pour les billes de 200 μm et $v_s=5$ cm/s pour celles de 500 μm . Les valeurs minimales et maximales sont obtenues en faisant varier la vitesse débitante pour les expériences réalisées (voir table 3.1).

soit le piège utilisé.

3.2.6.4 Suivi du remplissage du piège

Pour suivre l'évolution temporelle de la quantité de sédiment dans le piège, un dispositif optique est mis en place. Un miroir à 45° est placé sur le côté du piège et un appareil photographique à son aplomb permet d'enregistrer le remplissage du piège. Une vue est prise toutes les 10 s. Un traitement d'image est ensuite appliqué pour détecter la surface du dépôt, et calculer son aire (voir figure 3.10). Le résultat est ensuite converti en masse de sédiment piégé, à partir de la masse de la quantité totale piégée mesurée à la fin de chaque expérience.

3.2.6.5 Débit sédimentaire à partir des profils scannés

Pour évaluer le débit sédimentaire, les données provenant du scanner peuvent également être utilisées. En effet, à partir d'un scan complet, nous pouvons calculer le volume de sédiment dans le chenal. Ainsi, une succession de scans permet de calculer la masse érodée au cours du temps et donne donc accès au débit.

La figure 3.11 montre le bon accord (autour de 3%) entre les deux méthodes de mesure de la masse érodée (piège et scan).

La répétabilité des expériences effectuées dans les mêmes conditions est présentée sur la figure 3.12. À faible vitesse débitante, autour de 46 cm/s, les mesures de la

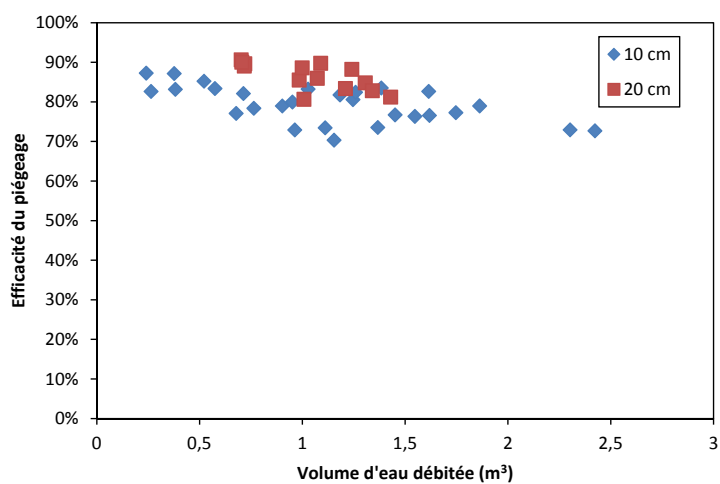


FIGURE 3.9 – Évolution de l'efficacité du piégeage en fonction du volume d'eau débité (débit \times durée du piégeage) pour deux longueurs du piège extérieur et des particules de 200 μm .

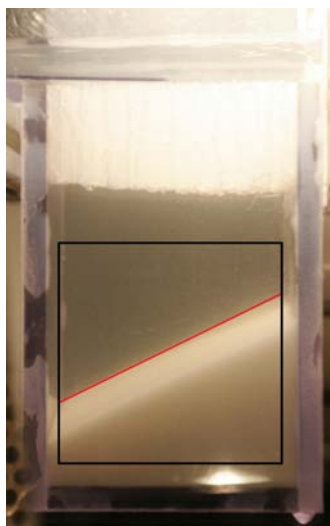


FIGURE 3.10 – Photographie du piège à sédiment (piège de 10 cm) en cours de remplissage. Le suivi du remplissage du piège est réalisé par détection de la surface du dépôt (ligne rouge) dans la zone sélectionnée (cadre noir).

masse (méthode des scans) présentent un fort écart relatif d'une expérience à l'autre, de l'ordre de 25%. Lorsque la vitesse débitante est plus importante (39 cm/s et 46 cm/s), cet écart relatif diminue fortement pour se situer autour de 13% et 8%. La variabilité est due aux fluctuations de l'écoulement et à l'état de préparation du lit sédimentaire. Le transport de sédiment est plus sensible aux variations des conditions expérimentales à faible cisaillement.

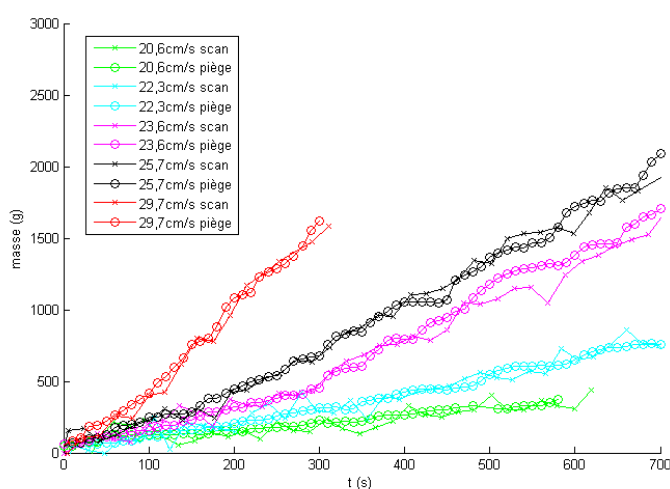


FIGURE 3.11 – Masse érodée du lit, mesurée par les scans (symbole \times) et par le piégeage (symbole \circ), pour différentes vitesses débitantes. Particules de 500 μm , complètement piégées ; $h_e=37$ mm.

3.3 Analyse morphologique

3.3.1 Types de structures observées

Dans la majorité des expériences, des dunes apparaissent et évoluent (voir diagramme de phase 3.13b). Les dunes occupent alors toute l'étendue du chenal. Cependant, dans des expériences où l'écoulement est intense, un autre type de structure est observé : le lit plat avec transport. Le lit plat s'accompagne de stries longitudinales à l'écoulement (voir figure 3.13a). L'amplitude de ces stries est très faible, de l'ordre de quelques tailles de grain, ce qui les rend difficiles à imager. Ces stries sont sans doute la signature des structures turbulentes de l'écoulement.

Le lit plat apparaît avec les billes de 200 μm et pour les trois hauteurs d'eau utilisées, lorsque la vitesse débitante dépasse 49 cm/s (voir figure 3.13c). Le lit plat se forme pour

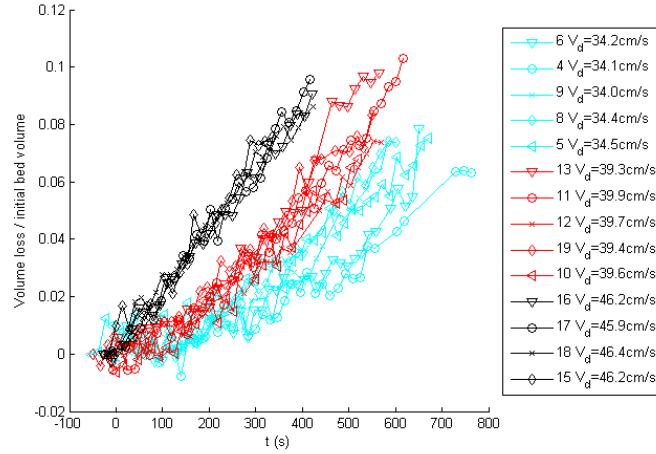


FIGURE 3.12 – Perte de volume par érosion rapportée au volume initial du lit pour différentes expériences, calculée à partir des scans. Les couleurs identiques correspondent à des conditions expérimentales identiques (particules de $200\ \mu\text{m}$, hauteur d'eau $h_e = 37\text{mm}$; cyan : $V_d = 34,2 \pm 0,2\ \text{cm/s}$; rouge : $V_d = 39,6 \pm 0,2\ \text{cm/s}$; noir : $V_d = 46,2 \pm 0,2\ \text{cm/s}$).

un nombre de Shields de l'ordre de 0,36 (voir figure 3.13d). Le nombre de Rouse est alors inférieur à 2, ce qui indique que le charriage et la suspension coexistent. Pour les particules de $500\ \mu\text{m}$, les expériences réalisées sont limitées à des nombre de Shields ne dépassant pas 0,15 et des nombres de Rouse ne passant pas sous la barre des 4, ce qui explique que nous n'observons pas de formation de lit plat pour ces particules dans les conditions expérimentales utilisées.

Dans la littérature, quelques études s'intéressent au régime de lit plat en conduite fermée. Le lit plat est décrit comme apparaissant pour des nombres de Shields de l'ordre de l'unité (Nnadi et Wilson, 1995), supérieurs à 0,8 (Wilson, 2005) ou supérieurs à 0,6 (Matoušek et Krupička, 2009). La valeur trouvée dans nos expériences ($Sh \approx 0,36$) est plus faible. Le mécanisme physique qui restabilise le lit granulaire peut être une combinaison des effets du transport par suspension et du confinement.

3.3.2 Analyse qualitative

Les dunes apparaissent rapidement sur le lit sédimentaire, sur un temps inférieur à la dizaine de secondes. Initialement, leur crête est très rectiligne et leur espacement ou longueur d'onde très régulier. L'amplitude est très faible, de l'ordre du millimètre. Au cours du temps, les dunes croissent en amplitude et en longueur d'onde. Leurs crêtes se déforment, deviennent plus sinueuses. Ensuite, les dunes atteignent un régime

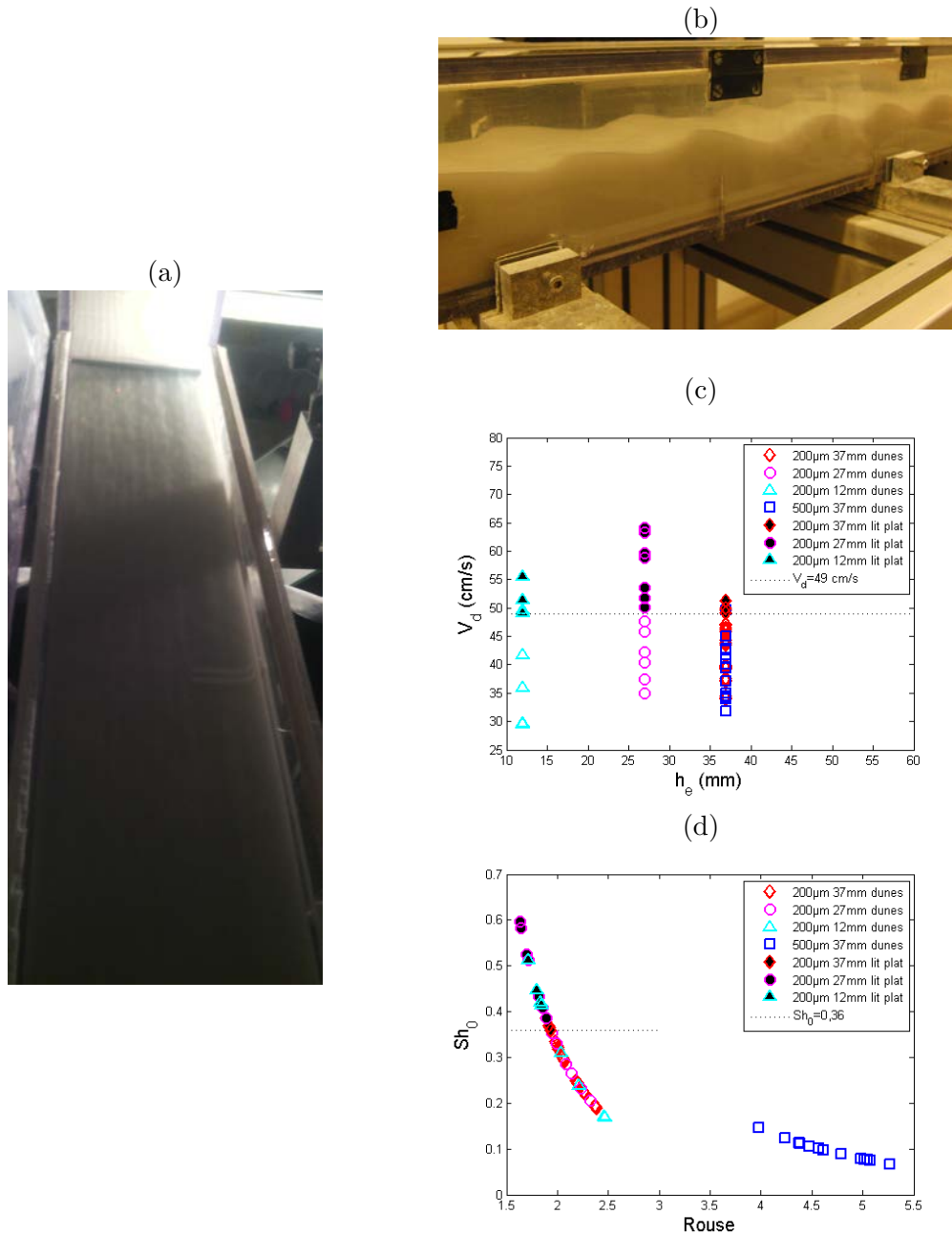


FIGURE 3.13 – Photographies des deux types de structures observées dans le chenal : le lit plat (a) (fin de manip57) et les dunes (b) (configuration de la manip19). (c) Diagramme de phase en fonction des paramètres expérimentaux : vitesse débitante V_d en fonction de la hauteur d'eau h_e et pour les deux tailles de billes. (d) Diagramme de répartition du Shields initial Sh_0 en fonction du nombre de Rouse.

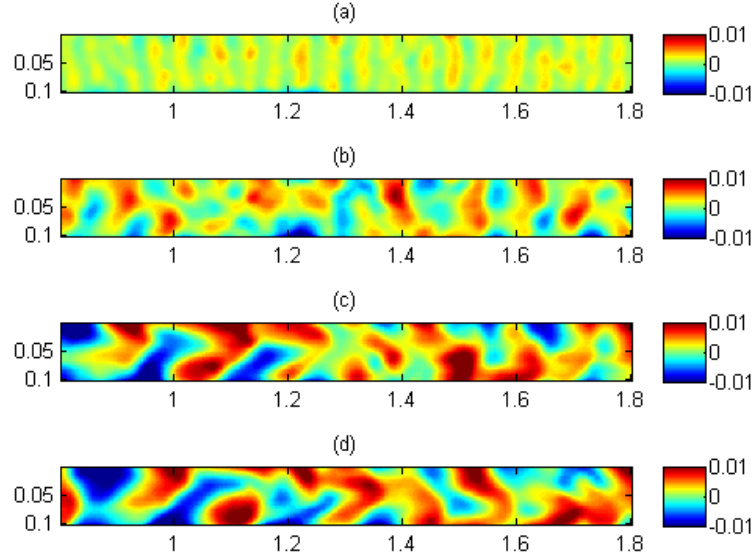


FIGURE 3.14 – Évolution temporelle du lit sédimentaire manip06 à 53 s (a) ; 206 s (b) ; 436 s (c) ; 512 s (d). L'unité de distance est le mètre. $h_e=37$ mm, $Q_e=91$ L/min.

d'équilibre où la longueur d'onde moyenne et l'amplitude se stabilisent. Des structures alternées peuvent également apparaître. Des exemples d'évolution pour des billes de 200 μm et une hauteur d'eau de 37 mm sont illustrés sur les figures 3.14 pour 91 L/min, 3.5(a-d) pour 100 L/min et 3.15 pour 132 L/min.

3.3.3 Évolution de la longueur d'onde et de l'amplitude des dunes

La morphologie initiale est caractérisée par la longueur d'onde initiale λ_{init} . Ensuite, la longueur d'onde croît à la vitesse moyenne $\dot{\lambda}$ et l'amplitude à \dot{a} . La stabilisation est atteinte au temps t_{stab} , la longueur d'onde est noté λ_{stab} et l'amplitude a_{stab} (voir figure 3.16).

Le temps auquel la stabilisation est atteinte diminue avec la vitesse débitante (voir figure 3.17a, 3.18a). Ce temps de stabilisation ne dépend pas de la taille des billes (voir figure 3.17a), et semble décroître lorsque la hauteur d'eau diminue (voir figure 3.18a). Pour une hauteur d'eau de 12 mm notamment, le temps de stabilisation est plus faible : 180 s pour une vitesse débitante de 30 cm/s, alors que pour les hauteurs d'eau plus grandes, à la vitesse débitante la plus proche (35 cm/s), le temps de stabilisation est de l'ordre de 400 s. Les temps de stabilisation déterminés en utilisant l'amplitude ou la

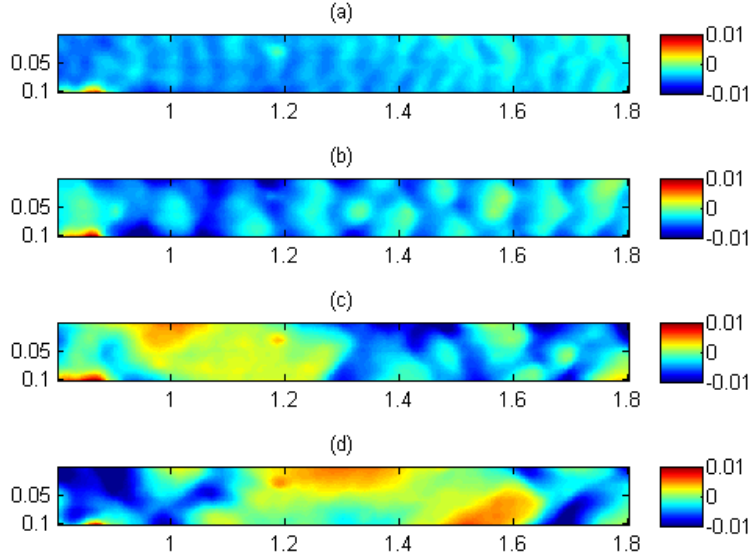


FIGURE 3.15 – Évolution temporelle du lit sédimentaire manip51 à 5 s (a) ; 125 s (b) ; 246 s (c) ; 326 s (d). L'unité de distance est le mètre. $h_e=37$ mm, $Q_e=132$ L/min.

vitesse sont similaires et c'est la valeur moyenne de ces deux temps qui est retenue.

La longueur d'onde initiale λ_{init} , tout comme celle finale λ_{stab} , ne varie pas quand la vitesse débitante varie entre 30 et 50 cm/s (voir figure 3.17b). Les longueurs d'onde initiales et finales sont respectivement de 6 ± 1 cm et 18 ± 3 cm.

Pour les particules de 200 μm , la variation de la hauteur d'eau n'a pas d'influence notable sur la longueur d'onde initiale (voir figure 3.18b). Cependant, la longueur d'onde finale est plus faible pour une hauteur d'eau de 12 mm, que pour 27 ou 37 mm : 12 ± 3 cm contre 18 ± 3 cm.

Pour déterminer la vitesse moyenne de croissance de la longueur d'onde et de l'amplitude, seules les expériences pour lesquelles la stabilisation est atteinte sont utilisées. La vitesse moyenne de croissance de la longueur d'onde croît avec la vitesse débitante (voir figures 3.17d et 3.18d). En effet, les longueurs d'onde initiale et finale ne variant pas, et le temps de stabilisation diminuant avec la vitesse débitante, ce comportement est cohérent.

L'amplitude à stabilisation diminue avec la vitesse débitante pour les particules de 200 μm (voir figure 3.18c). Dans les mêmes conditions expérimentales, pour des particules de 500 μm , elle a plutôt tendance à rester constante (voir figure 3.17c).

La vitesse moyenne de croissance de l'amplitude semble indépendante de la vitesse

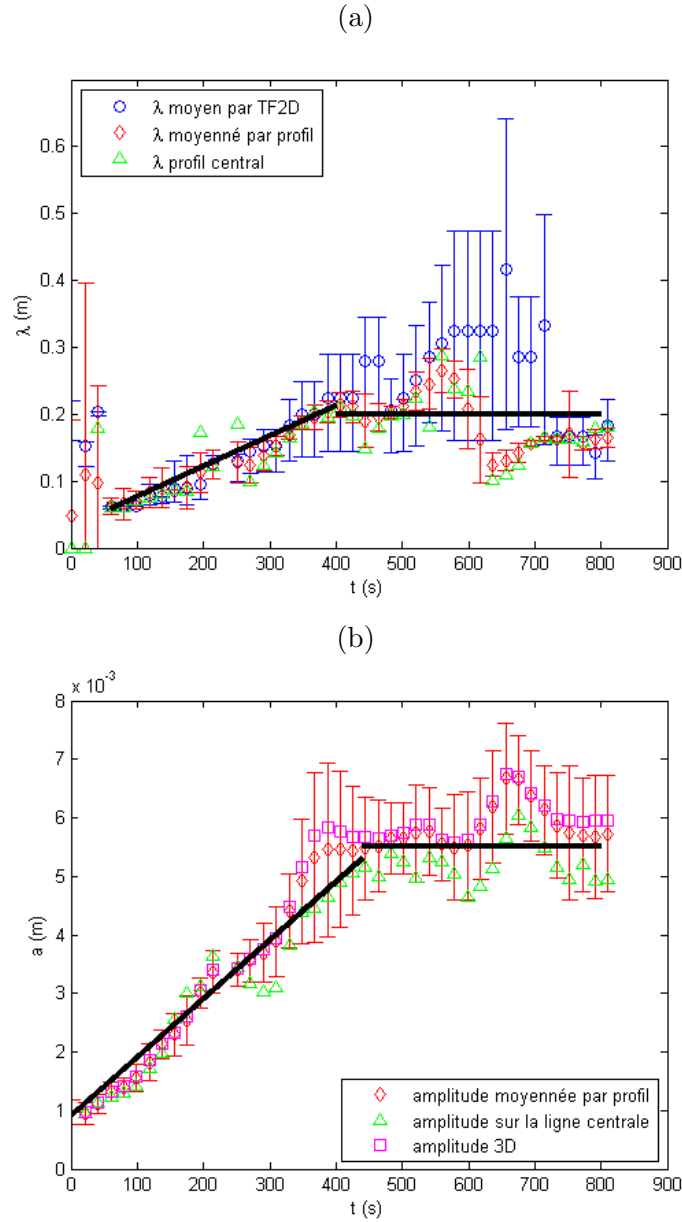


FIGURE 3.16 – Évolution typique de la longueur d’onde (a) et de l’amplitude (b) des structures du lit sédimentaire au cours d’une expérience. Les cercles bleu (a) correspondent à la longueur d’onde déterminée par transformée de Fourier, l’écart type associé est lié à la précision de la mesure et à la dispersion des modes principaux. Les losanges rouges correspondent aux valeurs de la longueur d’onde (a) et de l’amplitude (b) moyennées à partir des valeurs sur chaque profil longitudinal. La barre d’erreur est liée à la dispersion sur les profils. Les triangles verts sont les valeurs de longueur d’onde (a) et d’amplitude (b) déterminés sur le profil longitudinal central du chenal. L’amplitude calculée directement sur le profil 3D est représentée par des carrés magenta (b). Les lignes pleines épaisses correspondent à la tendance observée. manip41.

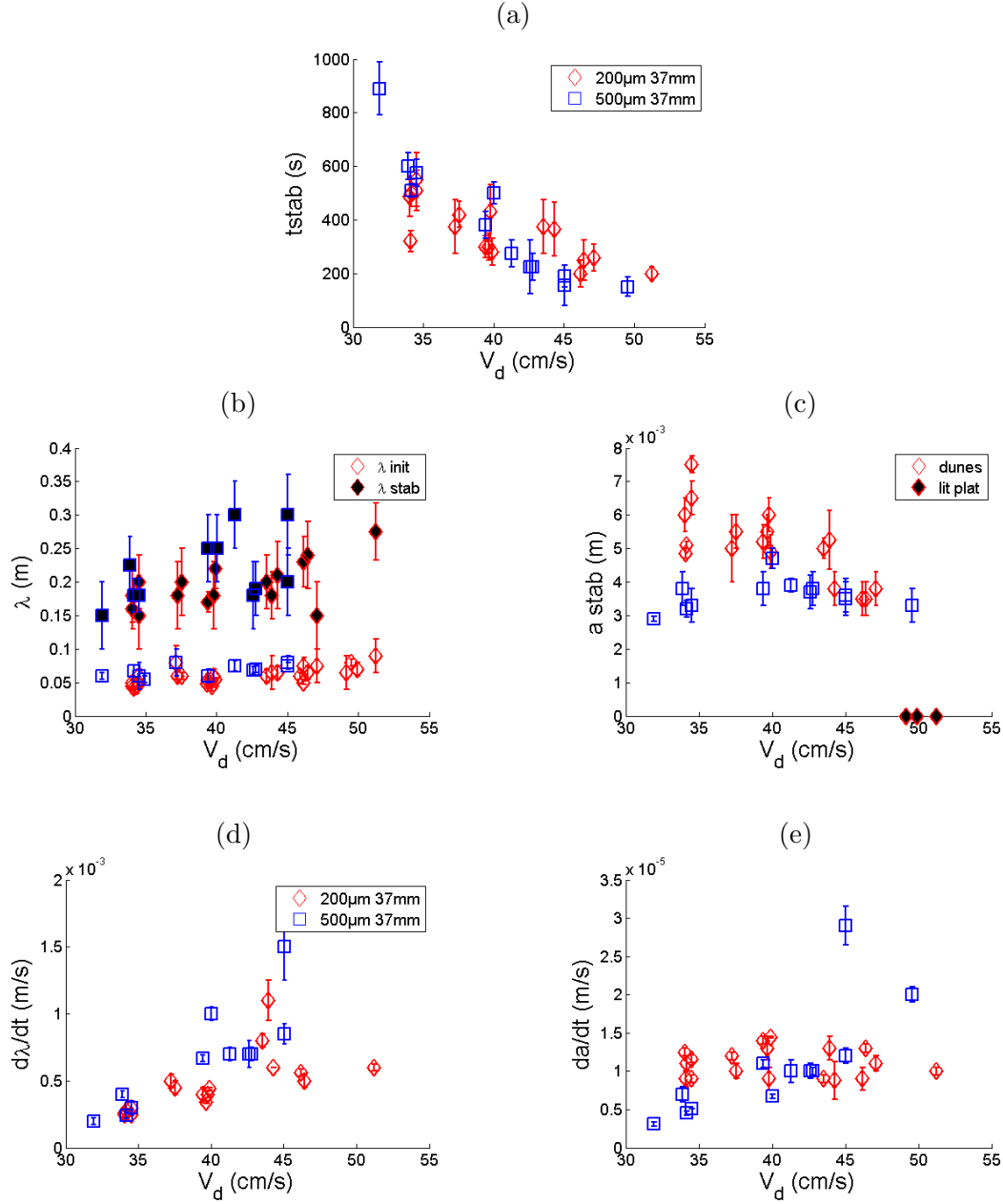


FIGURE 3.17 – Évolution des données caractérisant la morphologie du lit en fonction de la vitesse débitante V_d pour les particules de 200 μm (losange rouge) et 500 μm (carré bleu) et une hauteur d'eau $h_e=37\text{ mm}$. Chaque symbole représente une expérience. Les différentes figures représentent l'évolution : (a) du temps de stabilisation moyen à partir des courbes de l'amplitude et de la longueur d'onde en fonction du temps ; (b) des longueurs d'onde initiales (symboles vides) et à stabilisation (symboles pleins) ; (c) de l'amplitude à la stabilisation (lorsque le lit est plat, l'amplitude est 0, symboles pleins) ; (d) de la vitesse moyenne de croissance de la longueur d'onde $\dot{\lambda}$ entre la longueur d'onde initiale et la stabilisation ; (e) de la vitesse moyenne de croissance de l'amplitude \dot{a} avant la stabilisation.

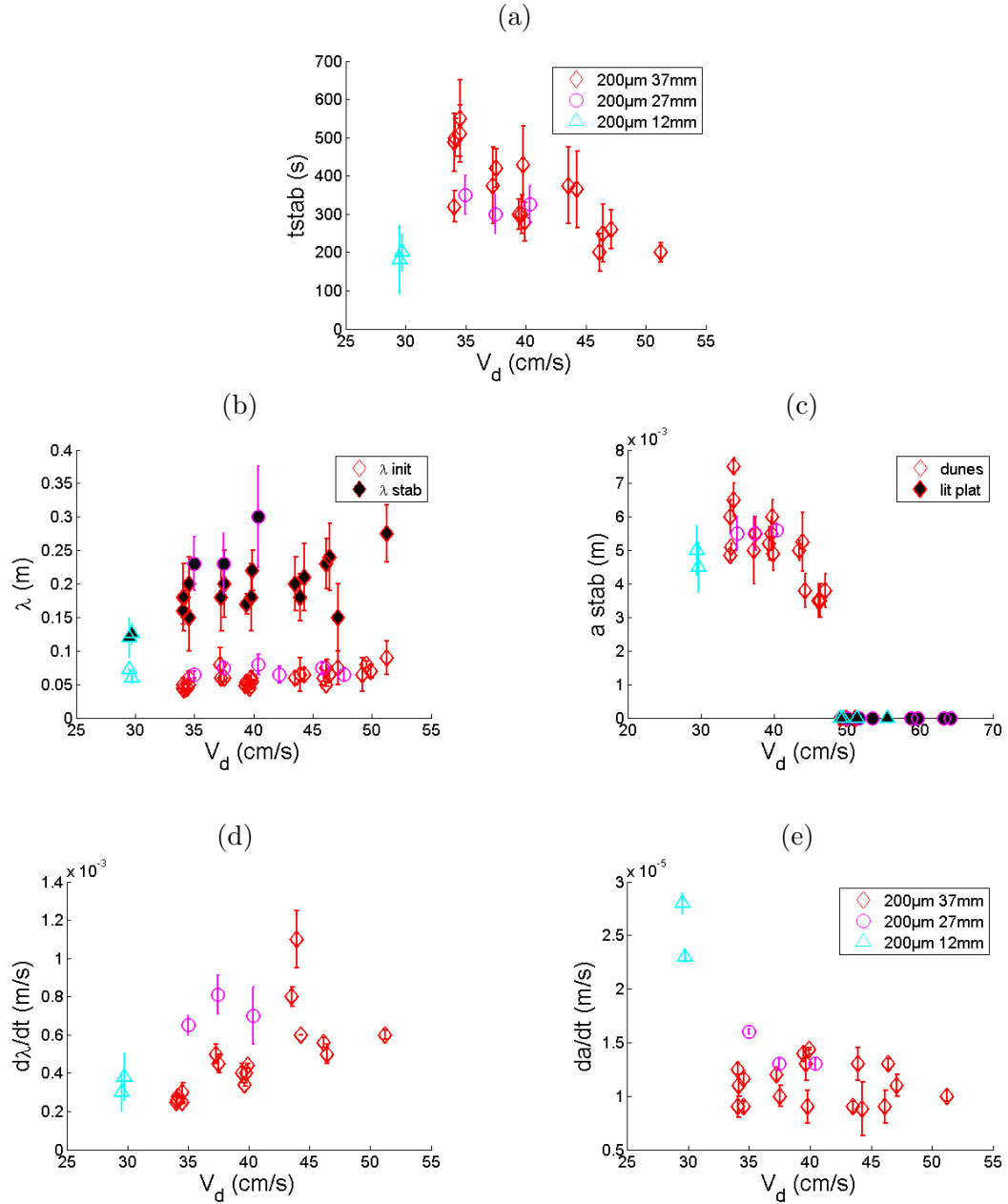


FIGURE 3.18 – Évolution des données caractérisant la morphologie du lit en fonction de la vitesse débitante V_d pour les particules de 200 µm et trois hauteurs d'eau : $h_e = 37$ mm (losange rouge), $h_e = 27$ mm (cercle magenta) et $h_e = 12$ mm (triangle cyan). Chaque symbole représente une expérience.

Les différentes figures représentent l'évolution : (a) du temps de stabilisation moyen à partir des courbes de l'amplitude et de la longueur d'onde en fonction du temps ; (b) des longueurs d'onde initiales (symboles vides) et à stabilisation (symboles pleins) ; (c) de l'amplitude à la stabilisation (lorsque le lit est plat, l'amplitude est 0, symboles pleins) ; (d) de la vitesse moyenne de croissance de la longueur d'onde $\dot{\lambda}$ entre la longueur d'onde initiale et la stabilisation ; (e) de la vitesse moyenne de croissance de l'amplitude \dot{a} avant la stabilisation.

débitante pour les particules de 200 μm et une hauteur d'eau de 37 mm. Le temps de stabilisation diminue avec la vitesse débitante, ainsi que l'amplitude à la stabilisation. Ces effets se compensent et la vitesse moyenne de croissance est constante (voir figure 3.18e).

En revanche, dans le cas des particules de 500 μm , le temps de stabilisation diminue avec la vitesse débitante, alors que l'amplitude à la stabilisation reste constante. Cela conduit à une augmentation de la vitesse moyenne de croissance de l'amplitude avec la vitesse débitante (voir figure 3.17e).

3.4 Bilan sédimentaire

3.4.1 Érosion en amont

La zone située la plus en amont du lit sédimentaire, juste après la zone de stabilisation de l'écoulement, va subir une érosion non compensée de type *scour-hole* (Hopfinger *et al.*, 2004). En effet, nous avons choisi de réaliser les expériences sans apport de sédiment. La hauteur moyenne de la zone la plus amont diminue, signe d'érosion. L'étendue de la zone en érosion augmente au cours du temps (voir figure 3.19). Plus le débit est important, plus la zone en érosion non compensée envahit rapidement le reste du lit sédimentaire. Les expériences sont arrêtées lorsque l'érosion amont commence à envahir la zone d'étude (à partir de 80 cm du début du lit).

3.4.2 Transport global de sédiment

À partir des mesures de sédiment piégé, nous calculons le flux de sédiment au début des expériences q_{init} et vers la fin des expériences q_{stab} , lorsque la morphologie des structures ne varie plus. Ces flux, adimensionnés par le flux caractéristique $Q_0 = \rho_p \sqrt{g'd}d$, sont tracés sur la figure 3.20 en fonction de l'écart du Shields initial au Shields critique $Sh_0 - Sh_c$. Au début de l'apparition des formes, le flux pour les billes de 500 μm et 200 μm , est proche de la loi de Meyer-Peter et Müller (1948) $q_{MPM}/Q_0 = 8(Sh - Sh_c)^{1.5}$. Une fois les formes apparues, le flux de sédiment augmente significativement.

La première hypothèse qui vient à l'esprit pour expliquer cette augmentation est que c'est la présence des dunes qui renforce l'efficacité du transport. Une analyse plus détaillée pour les particules de 200 μm (voir figure 3.21) montre que dans le domaine de Shields étudié, le flux global final de sédiment augmente selon une loi de puissance avec un exposant plus faible que celui du flux global initial. La prolongation des tendances montre que les transports initiaux et finaux sont alors égaux pour un Shields $Sh_0 \approx 0,4$,

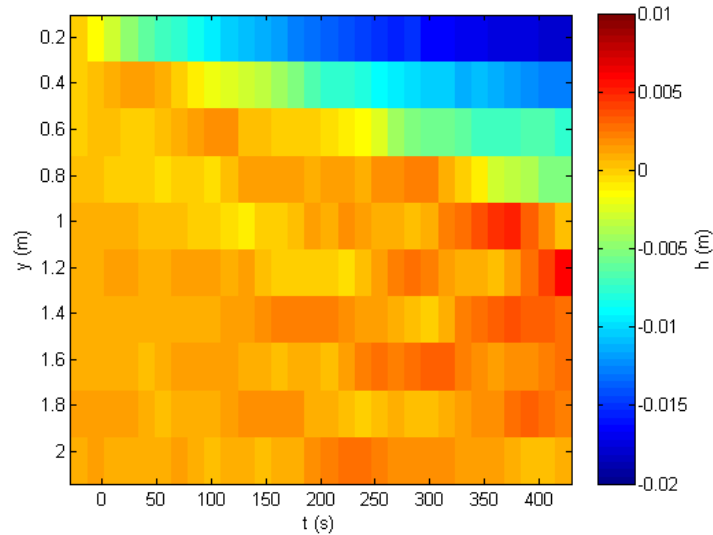


FIGURE 3.19 – Diagramme spatio-temporel de la hauteur moyenne du lit sédimentaire : en abscisse le temps en seconde, en ordonnées la distance au début du lit sédimentaire. La couleur représente la hauteur moyenne. (manip18).

ce qui est proche de la valeur 0,36 à partir de laquelle nous obtenons un lit plat et non des dunes. Cela signifie que c'est bien la présence de dune qui augmente le transport de sédiment entre le début et la fin des expériences. La répartition selon les modes de transport est étudiée en détail dans le § 3.4.4.

Une autre interprétation possible de l'augmentation du flux de sédiment avec l'écart du nombre de Shields sur fond plat au nombre de Shields critique est de considérer que le nombre de Shields en présence de forme est plus grand que le nombre de Shields sur fond plat. Le nombre de Shields est une mesure des forces de cisaillement sur le lit sédimentaire. Or au cours d'une expérience, la formation des structures sédimentaires va créer un frottement supplémentaire qui va augmenter le nombre de Shields. Cette hypothèse est testée dans la section suivante.

3.4.3 Perte de charge dans le chenal

Pour caractériser l'évolution globale des forces de frottement dans le chenal, nous mesurons la perte de charge au cours de la formation des dunes. Nous utilisons un capteur différentiel dont les prises de pression sont placées sur la paroi latérale du chenal, à 2 cm du haut du chenal. La première prise est située dans la zone de stabilisation du débit, à 16,5 cm du début de la zone sédimentaire, alors que la seconde se situe à

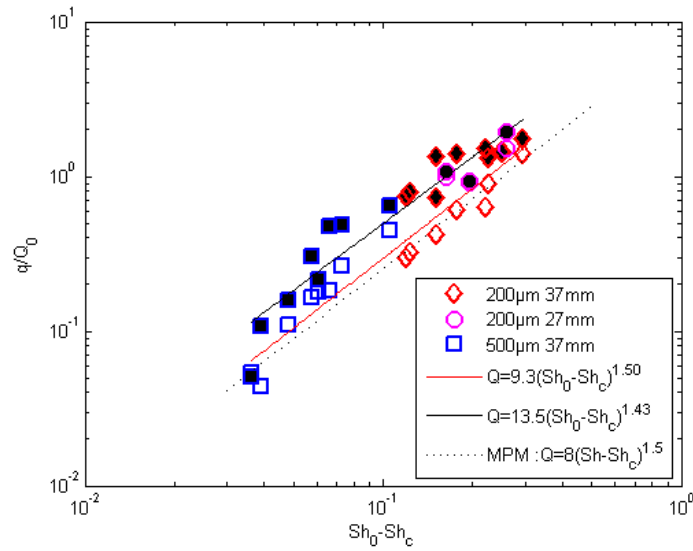


FIGURE 3.20 – Flux de sédiments totaux piégés initiaux q_{init} (symboles vides) et finaux q_{stab} (symboles pleins noirs) en fonction de l'écart du Shields initial au Shields critique $Sh_0 - Sh_c$. Les droites correspondent aux tendances $q_{init}/Q_0 = 9,3(Sh_0 - Sh_c)^{1,5}$ (ligne rouge) et $q_{stab}/Q_0 = 13,5(Sh_0 - Sh_c)^{1,43}$ (ligne noire). Les symboles identiques correspondent à des conditions expérimentales similaires, seul le débit varie : les carrés bleus correspondent à des expériences avec des billes de 500 μm et une hauteur d'eau initiale de 37 mm ; les losanges rouges pour des billes de 200 μm et $h_e = 37$ mm, et les cercles magenta des billes de 200 μm et $h_e = 27$ mm. La ligne en pointillés correspond à la formule de Meyer-Peter et Müller (1948). Le piège est complètement ouvert (capture des particules en suspension jusqu'à 2 cm du lit pour les particules de 200 μm).

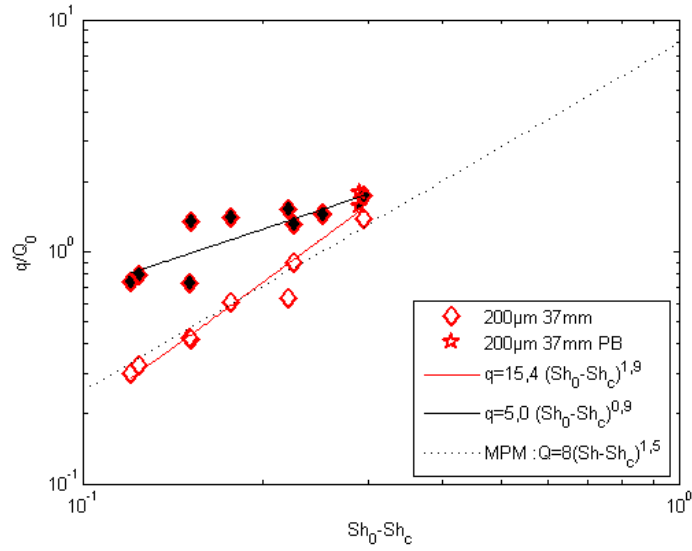


FIGURE 3.21 – Flux de sédiments totaux piégés initiaux q_{init} (symboles vides) et finaux q_{stab} (symboles pleins noirs) en fonction de l'écart du Shields initial au Shields critique $Sh_0 - Sh_c$ pour les billes de $200\mu\text{m}$. Les droites correspondent aux tendances $q_{init}/Q_0 = 15.4(Sh_0 - Sh_c)^{1.9}$ (ligne rouge) et $q_{stab}/Q_0 = 5.0(Sh_0 - Sh_c)^{0.9}$ (ligne noire). Chaque symbole représente une expérience avec des billes de $200\mu\text{m}$ et une hauteur d'eau $h_e = 37\text{mm}$. Des dunes sont formées pour les losanges alors que le lit reste plat pour les étoiles. La ligne en pointillés correspond à la formule de Meyer-Peter et Müller (1948). Le piège est complètement ouvert (capture des particules en suspension jusqu'à 2cm du lit).

38,5 cm de la fin du chenal (voir figure 3.1a). La perte de charge caractérise donc 16,5 cm de plaque rigide et 1,65 m de lit sédimentaire. L'intérêt de mettre une des prises du capteur sur les plaques de stabilisation de l'écoulement est de pouvoir suivre l'évolution de la pression lors du passage d'une dune devant la deuxième prise du capteur. De façon à limiter la formation de bulles dans le système de mesure (qui introduiraient des surpressions de Laplace), le niveau d'eau dans les tuyaux de branchement entre le chenal et le capteur est soigneusement établi.

La figure 3.22 montre l'évolution de la perte de charge dans le chenal au cours d'une expérience. Lors de la mise en eau, la perte de charge augmente brusquement, ce qui correspond à l'établissement de l'écoulement. Ensuite, elle augmente légèrement dans la première minute. La pression présente ensuite des variations lors du passage des dunes, mais autour d'une valeur moyenne stable. Nous en concluons qu'il n'y a pas d'augmentation significative des pertes de charges dans le chenal au cours de la croissance des dunes.

Avant de conclure que les formes ne modifient pas la perte de charge moyenne, nous nous intéressons à l'évolution de la hauteur d'eau moyenne dans le chenal. Comme le sédiment est érodé et que nos expériences sont réalisées à débit d'eau Q_e constant, la hauteur d'eau moyenne va augmenter. Le volume érodé est de l'ordre de 10% du volume initial, ce qui fait une augmentation moyenne de section de l'ordre de 12% pour une hauteur d'eau initiale de 37 mm, mais qui est plus importante pour les plus faibles hauteurs d'eau. Une augmentation de la section moyenne conduit à une baisse de la vitesse débitante et donc à une diminution du nombre de Shields, ce qui va dans le sens d'une diminution des pertes de charge dans le chenal avec au cours du temps. L'augmentation de la perte de charge par les formes peut ainsi être compensée par l'augmentation de la hauteur d'eau moyenne due à l'érosion.

Comme il n'y a pas de perte de charge notable lors des expériences, nous interprétons les résultats de la figure 3.20 comme une augmentation de l'efficacité du transport de sédiment et non comme une augmentation du frottement.

Nous avançons plusieurs hypothèses expliquant cette augmentation du transport. La figure 3.22 montre que localement, le frottement varie fortement avec la présence des formes. Comme la loi de transport n'est pas linéaire en nombre de Shields, les régions où le Shields est fort vont transporter plus de sédiment, ce qui n'est pas compensé par les régions où le cisaillement est moins fort. Une autre explication est que la présence des formes accroît l'efficacité du transport par suspension. L'étude de ce partitionnement fait l'objet de la suite.

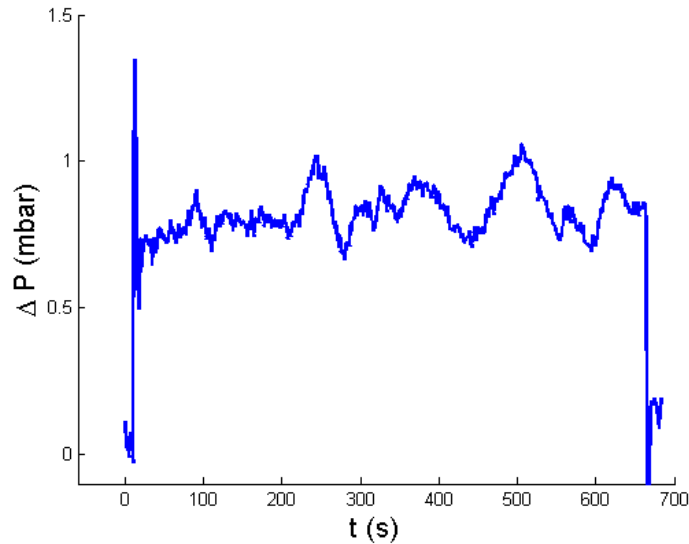


FIGURE 3.22 – Évolution de la perte de charge entre la zone d'établissement de l'écoulement (16,5 cm avant la zone en sédiment) et (38,5 cm avant la sortie du chenal). $Q_e=105,4$ L/min ; $d=200$ μm ; $h_e=37$ mm. Le zéro est fixé lorsque le chenal est ouvert, partiellement en eau, mais sans écoulement.

3.4.4 Répartition selon les modes de transports

Pour les particules de 500 μm , tout le sédiment est piégé lorsque le piège n'est ouvert que de 1 cm. De plus, le nombre de Rouse des expériences indique que la suspension est absente pour les billes de 500 μm . Le charriage est le seul mode de transport.

Pour les billes de 200 μm , le transport de sédiment se répartit selon plusieurs modes : le transport par charriage (les grains roulent sur le fond) et le transport par suspension. L'estimation de la distance de chute d'un grain dans un écoulement turbulent (§ 3.2.6.2) montre qu'avec une ouverture de 1 cm, le flux piégé est une bonne évaluation du flux en charriage. Par ailleurs, nous avons vu que nous avons accès à la quantité totale de sédiment érodé en intégrant les scans. Sur une expérience où le piège n'est ouvert que de 1 cm, nous avons donc accès, au cours du temps, simultanément à la masse érodée en charriage (piégée) et à la masse totale érodée (voir figure 3.23). Pour les particules de 200 μm , cela permet d'avoir accès au flux en charriage et au flux total de sédiment. Par différence, nous avons donc une estimation du flux en suspension.

De façon à avoir une estimation des flux sédimentaires, les courbes de masse au cours du temps sont lissées et la pente moyenne au début et à la fin des expériences est calculée. Nous avons ainsi accès au flux de sédiment avec ou sans présence de

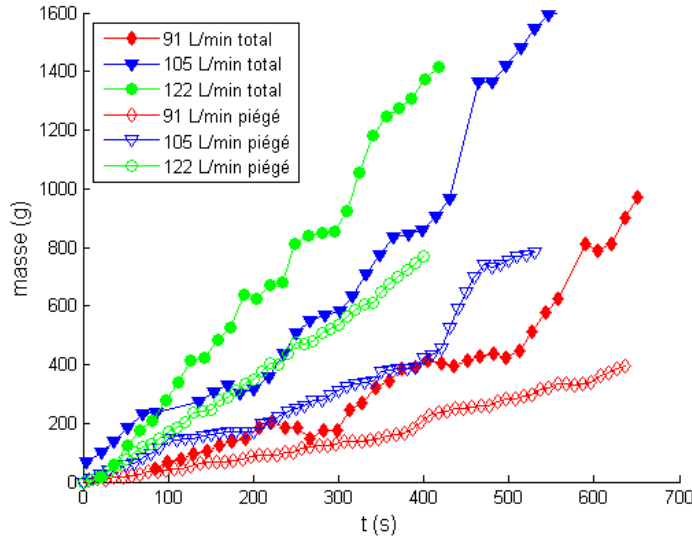


FIGURE 3.23 – Masse perdue par le chenal en fonction du temps. Chaque série de symbole représente une expérience avec des billes de 200 μm et une hauteur d'eau de 37 mm. Seul le débit d'eau diffère d'une expérience à l'autre. Les symboles vides représentent la masse capturée par le piège d'ouverture 1 cm ; les symboles pleins celle perdue sur tout le chenal obtenue par intégration des scans. (manip06 13 17).

dunes développées, pour les flux globaux (de façon similaire à la figure 3.20) et pour le charriage uniquement (voir figure 3.24). Les flux initiaux en charriage (triangles vides) croissent avec l'écart au Shields critique, en restant proche de la loi de Meyer-Peter et Müller (1948). Les flux initiaux totaux (losanges vides) croissent également avec le nombre de Shields et sont supérieurs aux flux initiaux en charriage. Cela signifie que les flux en suspension augmentent avec le nombre de Shields : ils passent de $0,23 Q_0$ à $0,8 Q_0$, pour des vitesses débitantes de 34 à 45 cm/s. La proportion de suspension par rapport au charriage reste identique, autour de 50%.

Avec la présence de formes sédimentaires développées (symboles pleins), les flux en charriage (triangles pleins) pour deux des expériences restent également proches de la loi de Meyer-Peter et Müller (1948). Pour l'expérience à cisaillement intermédiaire ($Q_e=105$ L/min, courbes bleues de la figure 3.23), le flux en charriage avec les formes est significativement plus élevé que la prédiction de Meyer-Peter et Müller (1948). L'évolution de la masse piégée au cours du temps (courbe bleue avec des triangles vides de la figure 3.23) présente en effet une brusque augmentation vers la fin de l'expérience. Ceci est dû au piégeage d'une grande dune et n'est pas significatif du flux moyen.

Les flux de sédiment totaux en présence de dunes développées (losanges rouges

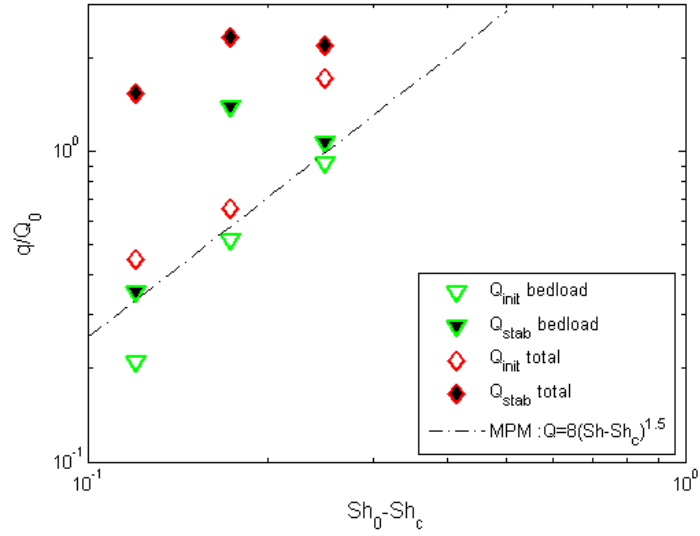


FIGURE 3.24 – Flux de sédiments initiaux q_{init} (symboles vides) et finaux q_{stab} (symboles pleins noirs) en fonction de l'écart du Shields initial au Shields critique $Sh_0 - Sh_c$. Les losanges rouges correspondent au flux total de sédiment et les triangles verts au flux de sédiment en charriage. Le diamètre des billes est de $200\ \mu\text{m}$ et la hauteur d'eau $h_e = 37\ \text{mm}$. La ligne en tireté correspond à la formule de Meyer-Peter et Müller (1948).

pleins de la figure 3.24) sont nettement supérieurs aux flux initiaux et à la prédiction de Meyer-Peter et Müller (1948). Les trois points obtenus sont compatibles avec une augmentation des flux globaux de sédiment selon une loi de puissance d'exposant plus faible que pour le charriage, comme nous l'avons montré à partir de la figure 3.21. Les flux en suspension restent autour de $1,2\ Q_0$ lorsque la vitesse débitante passe de 34 à $45\ \text{cm/s}$, ce qui fait que la proportion de suspension dans le transport global diminue de 77% à 51% . Cette augmentation à une loi de puissance plus faible est due à la suspension, car nous avons vu que même en présence de formes, le flux de sédiment en charriage augmente avec une loi de puissance proche de Meyer-Peter et Müller (1948). La dépendance de la morphologie du lit avec le cisaillement peut-elle expliquer cette stagnation de la croissance de la suspension avec le nombre de Shields ?

3.5 Conclusion

Nous avons présenté les résultats expérimentaux d'expériences en conduite hydraulique fermée. Le lit sédimentaire composé de billes de 200 μm ou 500 μm est érodé par un écoulement de cisaillement. Au dessous d'un taux de cisaillement critique, les billes ne sont pas mises en mouvement et le lit reste plat. Au dessus de ce cisaillement critique des dunes apparaissent. Pour un cisaillement plus important encore ($Sh_0 > 0,36$ pour les billes de 200 μm), les billes sont mises en mouvement, mais le lit reste plat, avec l'apparition de sillons longitudinaux.

Les dunes formées initialement sont rectilignes et espacées d'une longueur d'onde qui ne varie pas avec la taille des billes et le cisaillement imposé ($\lambda \approx 6 \pm 1 \text{ cm}$). La longueur d'onde croît ensuite au cours du temps, de même que l'amplitude des structures. La formation et l'évolution des structures initiales s'accompagnent de transport de sédiment par charriage pour les billes de 500 μm , suivant la loi proposée par Meyer-Peter et Müller (1948), et par charriage et suspension pour les billes de 200 μm . Ensuite, nous observons la saturation de l'amplitude et de la longueur d'onde, au bout d'un temps qui décroît avec la vitesse débitante. L'amplitude à la saturation décroît avec le cisaillement pour les billes de 200 μm , mais en est indépendante pour les billes de 500 μm . Les flux globaux de sédiment augmentent avec la présence des dunes.

Pour les billes de 500 μm , le seul mode de transport de sédiment présent est le charriage. Nous expliquons cette augmentation du transport de sédiment par la variation locale du cisaillement. Le flux de sédiment en charriage augmente avec le cisaillement par une loi de puissance d'exposant 1,5. Sur une dune développée, le cisaillement n'est pas uniforme. Le fort transport de sédiment dans les zones de forts cisaillement ne sera pas compensé par le faible taux de transport dans les zones de faible cisaillement, ce qui conduit à l'augmentation globale du transport de sédiment. Cette explication est également valable pour les billes de 200 μm .

Pour les billes de 200 μm , le transport s'effectue par charriage et par suspension. Nous nous attendons à ce que l'efficacité de ces deux modes de transport augmente avec le cisaillement. Le charriage augmente en effet avec le nombre de Shields de l'écoulement selon une dépendance compatible avec une loi de puissance d'exposant 3/2. Cependant, les flux globaux de sédiment augmentent avec le nombre de Shields selon une loi de puissance d'exposant plus faible que pour le charriage, ce qui suggère que la suspension n'augmente pas aussi vite qu'attendu dans la gamme de nombre de Shields étudié. Nous avançons une hypothèse pour expliquer cette observation. Sur une dune de grande amplitude, les grains peuvent utiliser la face amont de la dune comme rampe de lance-

ment et ainsi passer en suspension plus facilement que pour une dune d'amplitude plus faible. Cette hypothèse suggère que la suspension augmente en présence de dune de grande amplitude. Or, nous avons vu que l'amplitude à la stabilisation diminue avec la vitesse débitante, donc le nombre de Shields. Cette hypothèse permet donc d'expliquer l'augmentation modérée de la suspension avec le nombre de Shields.

Ces résultats montrent que la présence de dunes développées influence fortement les modes de transport de sédiment.

Conclusion

L'objectif de ce travail a été d'étudier d'une part la morphodynamique des dunes et d'autre part le transport de sédiment. Un écoulement de cisaillement peut mettre en mouvement les grains d'un lit de sédiment. La mobilisation des grains est un phénomène à seuil : elle ne se produit qu'au dessus d'un cisaillement critique, caractérisé par un nombre de Shields critique. Une fois le sédiment mis en mouvement, il peut se déplacer selon différents modes : charriage, saltation et suspension. La présence de ces modes de transport dépend des caractéristiques de l'écoulement et du milieu granulaire cisailé. Le déphasage entre le cisaillement et le profil du lit granulaire déstabilise le lit et conduit à la formation de structures variées. La forme des structures dépend de l'abondance du sédiment et des caractéristiques de l'écoulement : intensité et direction notamment. Nous nous restreignons à l'étude des structures formées sous un écoulement unidirectionnel. Lorsque le sédiment est peu abondant, le substrat est mis à nu et dunes transverses rectilignes et barkhanes apparaissent. Si le sédiment est plus abondant, des dunes transverses apparaissent à partir d'un lit plat.

Morphodynamique des dunes

Dans le chapitre 1, nous avons étudié la morphodynamique des dunes éoliennes formées sur fond plat non érodable par un écoulement unidirectionnel. Une description simplifiée des flux de sédiment sur une dune permet de construire un modèle simplifié adapté à l'étude des dunes transverses rectilignes et des barkhanes. Les flux latéraux de sédiment sont caractérisés par des coefficients de diffusion sur les faces amont et aval de la dune D_u et D_d . Les flux longitudinaux sont les suivants : la dune est soumise à un flux uniforme en amont et l'efficacité de la capture du flux au sommet de la dune par la face aval est caractérisée par un taux de capture T_e . En supposant que les pentes amont et aval de la dune sont constantes, notre modèle permet de réduire la complexité de l'étude d'une dune tridimensionnelle à celle de sa ligne de crête uniquement.

Nous avons étudié la stabilité linéaire d'une dune transverse rectiligne et établi son diagramme de stabilité en fonction des paramètres du modèle. Notre modèle, par

son approche macroscopique des flux de sédiment, permet d'identifier les phénomènes physiques qui influencent la stabilité de la dune transverse rectiligne : les transports latéraux et longitudinaux de sédiment. Les mécanismes qui tendent à déstabiliser la dune transverse sont le flux latéral de sédiment sur la face aval, ainsi qu'un taux de capture de sédiment qui croît avec la hauteur des dunes. Les mécanismes qui tendent à stabiliser la dune sont le transport latéral de sédiment sur la face amont de la dune et un taux de capture de sédiment décroissant ou indépendant de la hauteur des dunes.

Notre étude de stabilité linéaire montre qu'il existe deux domaines : un domaine de stabilité de la dune transverse et un autre domaine où la dune transverse est instable. Une dune sur laquelle le transfert latéral de sédiment sur la face amont est plus important que celui sur la face aval, et dont le taux de capture ne varie pas ou est décroissant avec la hauteur de la dune, est stable.

Notre prédiction de l'existence d'une zone de stabilité et d'une zone d'instabilité de la dune transverse est un apport important de notre modèle à l'étude de la stabilisation des dunes transverses. La plupart des observations de terrain et des modèles sur les dunes éoliennes montrent que les dunes transverses sont instables. Les prédictions de notre modèle sont cohérentes avec les études numériques menées précédemment (Melo *et al.*, 2012; Parteli *et al.*, 2011; Zhang *et al.*, 2010). Notre étude numérique de l'évolution aux temps longs des dunes transverses instables montre leur fragmentation en barkhanes. Nous montrons que les effets non-linéaires négligés dans l'analyse de stabilité linéaire ont pour effet d'accélérer la fragmentation de la dune.

Les observations de terrain des barkhanes permettent d'évaluer les paramètres physiques du modèle que sont les coefficients de diffusion sur les faces amont et aval. Notre étude des données satellites d'un champ de barkhanes au Pérou montre que la diffusion sur la face amont est amplifiée par l'intensité du vent, ce qui conduit à former des barkhanes moins élancées (§2.6, et figures 2.14 et 2.21b,c).

Dunes éoliennes et aquatiques

Les dunes formées dans l'air ou dans l'eau ont les mêmes mécanismes physiques de formation, seules les rides éoliennes ont un mécanisme différent lié à la présence de la saltation qui induit le splash. Nous avons appliqué notre modèle aux relevés morphologiques des barkhanes sous-marines. Les résultats tendent à montrer que les dunes aquatiques présentent des valeurs de coefficients de diffusion plus élevées, mais le rapport de ces coefficients de diffusion est du même ordre pour les dunes éoliennes et aquatiques.

Nous avons étudié expérimentalement la déstabilisation d'une dune transverse rec-

tiligne isolée en chenal hydraulique. La hauteur et la longueur des dunes formées ne sont pas proportionnelles lorsque la masse de la dune initiale varie. Cependant, dans la construction de notre modèle, nous supposons que hauteur et longueur des dunes varient proportionnellement. Notre modèle ne s'applique donc pas à nos dunes formées en chenal.

Pour les dunes éoliennes de faible hauteur, les observations de terrain montrent également que la hauteur et la longueur ne varient pas proportionnellement. Une des pistes d'amélioration de notre modèle est la prise en compte de la variation de la pente amont avec la hauteur de la dune, ce qui permettrait d'investiguer plus en détail la physique des dunes de taille variée. Une hypothèse pour expliquer que les dunes formées dans notre chenal hydraulique n'ont pas une hauteur proportionnelle à leur longueur est que nos dunes formées n'ont pas une taille suffisante pour que leur face amont soit rectiligne. Une autre hypothèse est le confinement de l'écoulement. Des expériences complémentaires en chenal en changeant les conditions expérimentales (augmentation de la hauteur d'eau, de la masse initiale de la dune) pourraient permettre d'obtenir des dunes qui valident l'hypothèse de proportionnalité de la hauteur et de la longueur.

Des expériences de laboratoire sur les dunes aquatiques permettraient également de tester les prédictions du modèle sur la stabilité des dunes. En effet, notre modèle prédit que les dunes transverses rectilignes peuvent être stables et que la stabilité dépend notamment des coefficients de diffusion de sédiment latérale sur les pentes amont de la dune. Ainsi, si la diffusion sur la face amont est amplifiée expérimentalement, le domaine de stabilité de la dune transverse peut être atteint. La diffusion sur la face amont pourrait être amplifiée en augmentant la turbulence de l'écoulement ou diminuée par pavage.

Le transport latéral de sédiment pourrait être caractérisé par un suivi de la trajectoire des grains se déplaçant sur une dune. Une étude du déplacement latéral des grains permettrait d'estimer les coefficients de diffusion sur les faces d'une dune et par exemple d'étudier leur dépendance avec la turbulence.

Transport de sédiment

Nous avons ensuite étudié l'influence de la présence de dunes sur le transport de sédiment aquatique (charriage ou suspension) dans le chapitre 3. Pour cela, nous avons réalisé des expériences en conduite hydraulique fermée avec des billes de 200 μm et de 500 μm de diamètre. Un scanner lidar permet de suivre la morphologie du lit sédimentaire érodable depuis son état initial plat lors de sa déstabilisation par l'écoulement et de la formation de dunes aquatiques. Nous avons mis en place un

système original qui permet de piéger le sédiment selon son mode de transport : en faisant varier l'ouverture du piège placé en sortie du chenal, nous piégeons sélectivement le transport en charriage.

Pour les billes de 500 μm , nous montrons que sur lit plat, le transport de sédiment s'effectue par charriage proche de la loi de Meyer-Peter et Müller (1948). Le développement des dunes s'accompagne d'une augmentation du transport de sédiment. Nous suggérons que cette augmentation est due aux variations locales du cisaillement sur les dunes et à la non linéarité de l'équation de transport de sédiment : le transport de sédiment induit par les zones en fort cisaillement n'est pas compensé par celui dans les zones de faible cisaillement.

Pour les billes de 200 μm , nos résultats expérimentaux montrent que sur lit plat, le transport de sédiment s'effectue par charriage proche de la loi de Meyer-Peter et Müller (1948) et également par suspension. La suspension est d'autant plus intense que l'amplitude des dunes est grande. Comme dans nos conditions expérimentales, l'amplitude des dunes diminue avec le nombre de Shields de l'écoulement, cela conduit à un comportement original où la suspension croît peu avec le nombre de Shields.

Il serait intéressant de compléter la gamme des expériences réalisées pour suivre plus en détail l'évolution du flux en suspension, par exemple en augmentant la vitesse débitante de l'écoulement pour des particules de 500 μm . Nous avons vu que le charriage est alors le seul mode de transport juste au dessus du seuil de mise en mouvement, puis en augmentant le cisaillement il se forme des dunes avec du transport en charriage uniquement. En augmentant encore le cisaillement, les dunes s'accompagneraient alors de charriage et de suspension, puis les formes disparaîtraient. Cela permettrait de séparer encore plus précisément le lien entre l'amplitude des dunes et les flux sédimentaires.

Une modélisation à l'échelle du grain permettrait d'expliquer la dépendance entre amplitude des dunes et efficacité du transport par suspension.

L'analyse des données morphologies obtenues peut être complétée pour étudier plus en détail le passage de la morphologie 2D à des dunes tridimensionnelles.

Nous avons montré que le transport de sédiment et les structures sédimentaires sont fortement liés : le transport de sédiment latéral sur les faces d'une dune influence fortement sa morphodynamique et la présence des dunes influence elle-même les modes de transport de sédiment.

Notations

a : amplitude des structures sédimentaires

\dot{a} : vitesse de croissance de l'amplitude des structures sédimentaires (voir § 3.3.3)

a_{init} : amplitude initiale des structures sédimentaires (voir § 3.3.3)

a_{stab} : amplitude à la stabilisation des structures sédimentaires (voir § 3.3.3)

a_{2D} : amplitude des structures sédimentaires calculée à partir du profil 2D complet (voir équation 3.3)

A : paramètre géométrique (voir équation 2.8)

b : hauteur de la couche de charriage

B : paramètre géométrique (voir équation 2.8)

\mathcal{B} : paramètre caractérisant la variation du taux de cisaillement liée à la dépendance de la vitesse avec la pente (voir équation 2.1)

c : constante dépendant du taux de cisaillement (voir équation 2.38)

C : paramètre géométrique (voir équation 2.8)

d : diamètre des particules

D_d : coefficient de diffusion caractérisant le flux latéral de transfert de sédiment sur la face aval

D_u : coefficient de diffusion caractérisant le flux latéral de transfert de sédiment sur la face amont

f_{in} : flux en amont de la dune

f_{out}^- : flux en aval de la dune

Fr : nombre de Froude

g : accélération de la gravité

g' : accélération de la gravité réduite

G_1 : vecteur utilisé pour exprimer l'équation d'évolution des coordonnées de la crête de la dune (voir équation 2.13c)

G_2 : vecteur utilisé pour exprimer l'équation d'évolution des coordonnées de la crête

de la dune (voir équation 2.13d)

G_{V0} : vecteur utilisé pour exprimer l'équation d'évolution des coordonnées de la crête de la dune (voir équation 2.21)

h : élévation du fond en général, de la crête dans le chapitre 2

h_B : hauteur maximale de la barkhane

h_c : hauteur critique dans l'expression du taux de capture T_e

h_e : hauteur d'eau

h_f : hauteur finale d'une dune transverse

h_s : hauteur de la couche de sédiment

h_0 : hauteur constante de la dune homogène dont la stabilité est étudiée

h_1 : perturbation apporté à la hauteur d'une dune de hauteur constante

h_{10} : amplitude de la perturbation apportée à la hauteur d'une dune de hauteur constante

J_d : flux latéral de transfert de sédiment sur la face aval

J_u : flux latéral de transfert de sédiment sur la face amont

k : nombre d'onde

$k_{b,min}$: nombre d'onde le plus petit pouvant se développer dans la résolution discrète des équations du modèle de dune

$k_{b,max}$: nombre d'onde le plus grand pouvant se développer dans la résolution discrète des équations du modèle de dune

$k_{cut-off}$: nombre d'onde du mode à taux de croissance nul de l'analyse de stabilité linéaire

k_{max} : nombre d'onde du mode le plus instable de l'analyse de stabilité linéaire

K : constante sans dimension (voir équation 3.1)

l_c : largeur du chenal

L_b : taille de la boîte de simulation

L_c : longueur des cornes d'une barkhane

L_{chute} : distance horizontale parcourue par une particule en sédimentation avec une vitesse initiale horizontale

L_s : longueur de la face sous le vent d'une barkhane

L_{sat} : longueur de saturation

L_t : largeur initiale de la dune transverse

L_0 : longueur de la face au vent d'une barkhane

m et n : exposants dans l'équation 1.3

M : masse d'une dune

M_0 : matrice utilisée pour exprimer l'équation d'évolution des coordonnées de la crête

de la dune (voir équation 2.13e)

N : nombre de fragment de la dune transverse rectiligne

q : flux au sommet de la dune

q_c : flux en charriage

q_{init} : flux de sédiment initiale des structures sédimentaires (voir § 3.4.2)

q_{MPM} : flux de sédiment selon la loi de Meyer-Peter et Müller (1948)

q_s : flux de sédiment en saltation

q_{sat} : flux saturé

q_{stab} : flux de sédiment à la stabilisation des structures sédimentaires (voir § 3.4.2)

Q_e : débit d'eau

Q_0 : flux de sédiment dimensionnel

R : vecteur de nombre aléatoire uniformément distribués utilisé pour perturber numériquement la dune transverse

R_h : rayon hydraulique

Re : nombre de Reynolds hydraulique

Re_p^* : nombre de Reynolds particulaire turbulent

$Rouse$: nombre de Rouse

S : aire d'une section de dune

S_0 : aire initiale d'une dune

Sh : nombre de Shields

Sh_c : nombre de Shields critique

Sh_0 : nombre de Shields sur lit plat

t : variable temporelle

t_f : temps de fragmentation d'une dune transverse

t_{stab} : temps à la stabilisation de l'amplitude et de la longueur d'onde des structures sédimentaires

T_e : taux de capture de sédiment par la face d'avalanche de la dune

u : vitesse dans le sens de l'écoulement

u_* : vitesse de frottement

u_{*c} : vitesse de frottement critique

v_s : vitesse de sédimentation

V_a : vitesse caractéristique des avalanches

V_B : vitesse d'avancée d'une barkhane

V_d : vitesse débitante

V_{splash} : vitesse d'un grain en saltation lors du splash (collision avec le lit granulaire)

V_0 : vitesse d'avancée d'une dune de hauteur constante

- \mathcal{V} : volume d'une dune
 w : ouverture du piège à sédiment
 W : demi-largeur de la barkhane
 x : coordonnée sur l'axe horizontal dans le sens de l'écoulement, celle de la crête de la dune dans le chapitre 2
 x_f : coordonnée sur l'axe du pied avant de la crête de la dune (voir § 2.2.4)
 x_0 : position d'une dune de hauteur constante
 x_1 : perturbation apportée à la position d'une dune de hauteur constante
 x_{10} : amplitude de la perturbation apportée à la position d'une dune de hauteur constante
 X : vecteur des coordonnées de la crête de dune
 X_1 : vecteur de la perturbation des coordonnées de la crête de dune
 X_c : vecteur des courbures de la barkhane
 y : coordonnée sur l'axe horizontal transverse à l'écoulement
 Y : vecteur utilisé pour résoudre le profil de barkhane analytique (voir équation 2.48)
 z : coordonnée sur l'axe vertical
 z_0 : rugosité
- β : exposant de la dépendance de la vitesse avec la hauteur
 δ : paramètre sans dimension caractérisant la dépendance du taux de capture T_e avec la hauteur de la dune
 Δy : résolution spatiale
 ϵ_h : amplitude de la perturbation selon h
 ϵ_x : amplitude de la perturbation selon x
 η : exposant de la dépendance de la longueur d'onde à fragmentation avec la hauteur
 θ : angle de la face amont
 κ : constante de Von Kármán ($\kappa=0,41$)
 κ_x : courbure selon x de la barkhane
 κ_h : courbure selon h de la barkhane
 λ : longueur d'onde
 $\dot{\lambda}$: vitesse de croissance de la longueur d'onde des structures sédimentaires (voir § 3.3.3)
 λ_f : longueur d'onde à la fragmentation
 λ_{init} : longueur d'onde initiale des structures sédimentaires (voir § 3.3.3)
 λ_{stab} : longueur d'onde à la stabilisation des structures sédimentaires (voir § 3.3.3)

- Λ_d : taux de transition dans le modèle de Narteau *et al.* (2009)
 Λ_{aval} : taux de transition qui caractérise les avalanches
 μ : exposant de la dépendance du temps de fragmentation avec la hauteur
 ν : viscosité cinématique
 ρ : paramètre sans dimension qui compare l'intensité des diffusions sur les faces amont et aval de la dune
 ρ_f : masse volumique du fluide
 ρ_p : masse volumique des particules
 σ : paramètre adimensionné qui rend compte de la diffusion sur la face amont par rapport au flux au sommet de la dune
 τ_f : contrainte de cisaillement basal exercée par le fluide
 τ_0 : contrainte de cisaillement basal sur lit plat
 ϕ : angle de la face aval
 ϕ_s : concentration en sédiment
 ϕ_b : concentration basale en sédiment
 ω : taux de croissance
 ω_{max} : taux de croissance du mode le plus instable de l'analyse de stabilité linéaire
 ω_0 : taux de croissance du mode homogène à nombre d'onde nul de l'analyse de stabilité linéaire
 ω_+, ω_- : taux de croissance des solutions de l'analyse de stabilité linéaire

Annexe A

Flux transverses

Dans le cadre de l'étude de dune sur fond non érodable, les sections de dunes sont représentées par des triangles. Dans cette annexe, on exprime les flux latéraux de sédiment échangés sur les faces amont et aval de la dune, respectivement $J_d(y)$ et $J_u(y)$.

Les flux latéraux intégrés sur les faces amont et aval sont proportionnels à la différence de hauteur entre les pentes voisines, respectivement h_u et h_d , multipliée par la distance de recouvrement de ces deux pentes, respectivement l_u et l_d (voir figure A.1).

$$h_u = h_j - h_i + \frac{A}{B}(x_i - x_j) \quad (\text{A.1})$$

$$h_d = \frac{A}{C}(x_i - x_j) - (h_i - h_j) \quad (\text{A.2})$$

$$l_u = \frac{B}{A}h_i - (x_i - x_j) \quad (\text{A.3})$$

$$l_d = \frac{C}{A}h_j - (x_i - x_j) \quad (\text{A.4})$$

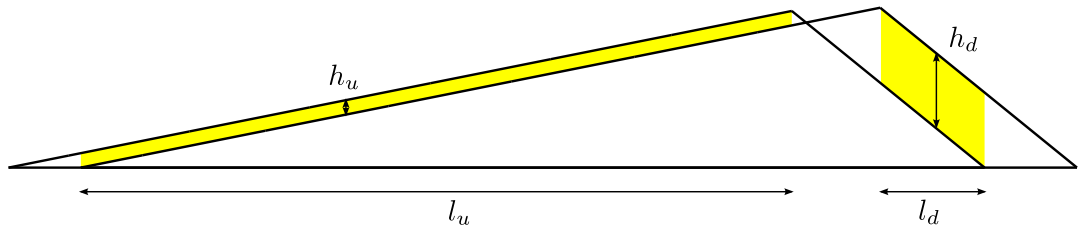


FIGURE A.1 – Schéma du recouvrement entre deux sections de dunes voisines.

Dans la limite continue, nous exprimons x_j et x_i :

$$x_j = x_i + \Delta y \frac{\partial x}{\partial y} \quad (\text{A.5})$$

$$h_j = h_i + \Delta y \frac{\partial h}{\partial y} \quad (\text{A.6})$$

ce qui donne :

$$h_u = \Delta y \left(\frac{\partial h}{\partial y} - \frac{A}{B} \frac{\partial x}{\partial y} \right) \quad (\text{A.7})$$

$$h_d = -\Delta y \left(\frac{\partial h}{\partial y} + \frac{A}{C} \frac{\partial x}{\partial y} \right) \quad (\text{A.8})$$

$$l_u = \frac{B}{A} h + \Delta y \frac{\partial x}{\partial y} \quad (\text{A.9})$$

$$l_d = \frac{C}{A} h + \Delta y \left(\frac{C}{A} \frac{\partial h}{\partial y} + \frac{\partial x}{\partial y} \right) \quad (\text{A.10})$$

Les aires de recouvrement sont :

$$S_u = h_u l_u \quad S_d = h_d l_d \quad (\text{A.11})$$

$$S_u = -\Delta y \frac{B}{A} \left(-h \frac{\partial h}{\partial y} + \frac{A}{B} h \frac{\partial x}{\partial y} + \frac{A^2}{B^2} \Delta y \left(\frac{\partial x}{\partial y} \right)^2 - \Delta y \frac{A}{B} \frac{\partial h}{\partial y} \frac{\partial x}{\partial y} \right) \quad (\text{A.12})$$

$$S_d = \Delta y \frac{C}{A} \left(-h \frac{\partial h}{\partial y} - \frac{A}{C} h \frac{\partial x}{\partial y} - \Delta y \frac{A^2}{C^2} \left(\frac{\partial x}{\partial y} \right)^2 - \Delta y \frac{2A}{C} \frac{\partial h}{\partial y} \frac{\partial x}{\partial y} - \Delta y \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right)^2 \right) \quad (\text{A.13})$$

Au premier ordre, nous obtenons les flux :

$$J_u = \frac{B}{A} D_u \left(-h \frac{\partial h}{\partial y} + \frac{A}{B} h \frac{\partial x}{\partial y} \right) \quad (\text{A.14})$$

$$J_d = \frac{C}{A} D_d \left(-h \frac{\partial h}{\partial y} - \frac{A}{C} h \frac{\partial x}{\partial y} \right) \quad (\text{A.15})$$

L'aire des triangles qui ne sont pas en vis-à-vis de la section voisine est un terme d'ordre supérieur.

Annexe B

Discrétisation

Dans cette partie, nous décrivons la méthode de discrétisation des équations du modèle de dune.

B.1 Méthode de discrétisation

Nous choisissons de traiter le cas d'un apport de sédiment f_{in} constant. À partir du système initial d'équations, nous nous plaçons dans le référentiel lié à la dune de hauteur h_0 . À l'équilibre avec les conditions de flux, la dune se déplace à la vitesse $V_0 = qT_e(h_0)/h_0 = (q - f_{in})/h_0$ et nous introduisons une nouvelle variable $x_1 = x - V_0t$. Le système d'équations est réécrit pour les variables x_1 et h^2 :

$$\begin{pmatrix} h\partial_t x_1 \\ \partial_t \frac{h^2}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B \\ A \end{pmatrix} q(T_e(h) - T_e(h_0)) - \begin{pmatrix} T_e(h_0) \\ 0 \end{pmatrix} q(1 - \frac{h}{h_0}) + \sigma q M_0 \partial_y (h \partial_y \begin{pmatrix} x(t) \\ h(t) \end{pmatrix}) \quad (\text{B.1})$$

La méthode des différences finies centrées en espace et décentrées amont en temps est appliquée :

$$\begin{aligned} x_i(t + \Delta t) &= x_i(t) + Bq\Delta t \frac{T_e(h_i(t)) - T_e(h_0)}{h_i(t)} - T_e(h_0)\Delta t q \frac{h_0 - h_i(t)}{h_0 h_i(t)} \\ &\quad + \frac{\sigma q \Delta t}{4\Delta y^2} \left[\frac{BC}{A}(\rho - 1) \frac{F_i(t)}{h_i(t)} + (C + B\rho) \frac{G_i(t)}{h_i(t)} \right] \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

$$\begin{aligned}
h_i^2(t + \Delta t) &= h_i^2(t) + 2Aq\Delta t(T_e(h_i(t)) - T_e(h_0)) \\
&\quad + \frac{\sigma q \Delta t}{2\Delta y^2} [(B + C\rho)F_i(t) + A(\rho - 1)G_i(t)]
\end{aligned} \tag{B.3}$$

avec

$$F_i(t) = (h_{i+1}(t) - h_{i-1}(t))^2 + 4(h_i(t))(h_{i+1}(t) - 2h_i(t) + h_{i-1}(t)) \tag{B.4}$$

$$\begin{aligned}
G_i(t) &= (h_{i+1}(t) - h_{i-1}(t))(x_{i+1}(t) - x_{i-1}(t)) \\
&\quad + 4(h_i(t))(x_{i+1}(t) - 2x_i(t) + x_{i-1}(t))
\end{aligned} \tag{B.5}$$

Pour que le schéma numérique de résolution converge, le pas d'intégration Δt , $\Delta t/\Delta y^2$ et $\Delta t/4\Delta y^2$ doivent être inférieurs à 1. Ce sont ces équations qui sont résolues numériquement.

B.2 Présence d'un fond non-érodable et conservation du volume

Le système obtenu n'est valable que pour les hauteurs de dune strictement positives ($h_i > 0$). Il faut donc imposer des conditions au système lorsqu'une section de dune disparaît. Le système précédent se réécrit sous la forme :

$$h_i^2(t + \Delta t) = h_i^2(t) + 2\Delta t \Delta_{h2,i}(t) \tag{B.6}$$

$$x_i(t + \Delta t) = x_i(t) + \Delta t \frac{\alpha_{2,i}(t)}{h_i(t)} + \frac{\Delta t}{4\Delta y^2} [\beta_2 F_i(t) + \gamma_2 G_i(t)] \frac{1}{h_i(t)} \tag{B.7}$$

avec :

$$\Delta_{h2,i}(t) = \alpha_{1,i}(t) + \frac{1}{4\Delta y^2} (\beta_1 F_i(t) + \gamma_1 G_i(t)) \tag{B.8}$$

$$h_i(t + \Delta t) = \Re \sqrt{h_i^2(t + \Delta t)} \tag{B.9}$$

$$\alpha_{1,i}(t) = A(T_e(h_i(t)) - T_e(1)) \quad (\text{B.10})$$

$$\alpha_{2,i}(t) = B(T_e(h_i(t)) - T_e(1)) - T_e(1)(1 - h_i(t)) \quad (\text{B.11})$$

$$\beta_1 = B + \rho C \quad (\text{B.12})$$

$$\beta_2 = \frac{BC}{A}(\rho - 1) \quad (\text{B.13})$$

$$\gamma_1 = A(\rho - 1) \quad (\text{B.14})$$

$$\gamma_2 = C + \rho B \quad (\text{B.15})$$

Ces équations ne peuvent être utilisées que dans le cas $h_i \neq 0$. Sinon :

$$\partial_t \frac{h^2(t)}{2} = \alpha_1(t) + \beta_1 F(t) + \gamma_1 G(t) \quad (\text{B.16})$$

$$h(t)\partial_t x_1(t) = 0 = \alpha_2(t) + \beta_2 F(t) + \gamma_2 G(t) \quad (\text{B.17})$$

soit :

$$\partial_t \frac{h^2(t)}{2} = \alpha_1(t) - \alpha_2(t) \frac{\gamma_1}{\gamma_2} + (\beta_1 - \beta_2 \frac{\gamma_1}{\gamma_2}) F(t) \quad (\text{B.18})$$

$$G(t) = -\frac{\alpha_2(t) + \beta_2 F(t)}{\gamma_2} \quad (\text{B.19})$$

– Si $h_{i-1}(t) = 0$ et $h_{i+1}(t) \neq 0$; $F_i(t)$, $G_i(t)$ et $\Delta_{h2,i}(t)$ deviennent :

$$F_{p,i}(t) = (4h_{i+1}(t) - h_{i+2}(t))^2 \quad (\text{B.20})$$

$$G_{p,i}(t) = (4h_{i+1}(t) - h_{i+2}(t))(-3xi(t) + 4x_{i+1}(t) - x_{i+2}(t)) \quad (\text{B.21})$$

$$\Delta_{h2,p,i}(t) = \alpha_{1,i}(t) - \frac{\gamma_1}{\gamma_2} \alpha_{2,i}(t) + \frac{1}{4\Delta y^2} \left(\beta_1 - \frac{\gamma_1}{\gamma_2} \beta_2 \right) F_{p,i}(t) \quad (\text{B.22})$$

– Si $h_{i+1}(t) = 0$ et $h_{i-1}(t) \neq 0$; $F_i(t)$ et $G_i(t)$ deviennent :

$$F_{m,i}(t) = (4h_{i-1}(t) - h_{i-2}(t))^2 \quad (\text{B.23})$$

$$G_{m,i}(t) = (4h_{i-1}(t) - h_{i-2}(t))(-3xi(t) + 4x_{i-1}(t) - x_{i-2}(t)) \quad (\text{B.24})$$

$$\Delta_{h2,m,i}(t) = \alpha_{1,i}(t) - \frac{\gamma_1}{\gamma_2} \alpha_{2,i}(t) + \frac{1}{4\Delta y^2} \left(\beta_1 - \frac{\gamma_1}{\gamma_2} \beta_2 \right) F_{m,i}(t) \quad (\text{B.25})$$

- Si $h_{i+1}(t) = 0$ et $h_{i-1}(t) = 0$ Une seule tranche a disparu.

$$\Delta_{h2,pm,i}(t) = \frac{\Delta_{h2,m,i}(t) + \Delta_{h2,p,i}(t)}{2} \quad (\text{B.26})$$

Il reste ensuite à calculer $x_i(t + \Delta t)$. Pour cela l'équation utilisée normalement ne peut plus être utilisée car $h_i(t) = 0$. Dans le cas où $\Delta_{h2,i}(t) \leq 0$, $h_i(t + \Delta t) = h_i(t) = 0$, l'équation qui donne $G(t)$ en fonction de $F(t)$ est encore valable à $t + \Delta t$, ce qui permet de placer une position $x_i(t + \Delta t)$. Sinon, la section de dune va croître et on ne pourra pas placer la position $x_i(t + \Delta t)$. Comme ce cas ne peut pas être résolu, il est ramené au cas $\Delta_{h2,i}(t) = 0$. Une erreur sur le volume va alors s'accumuler car il n'est plus possible aux sections de dune qui ont disparu de réapparaître.

- Si $h_{i-1}(t) = 0$ et $h_{i+1}(t) \neq 0$

$$x_{p,i}(t + \Delta t) = \frac{4x_{i+1}(t + \Delta t) - x_{i+2}(t + \Delta t)}{3} - \frac{G_{p,i}(t + \Delta t)}{3(4h_{i+1}(t + \Delta t) - h_{i+2}(t + \Delta t))} \quad (\text{B.27})$$

avec

$$G_{p,i}(t + \Delta t) = -\frac{\alpha_{2,i}(t + \Delta t) + \beta_2 F_{p,i}(t + \Delta t)}{\gamma_2} \quad (\text{B.28})$$

- Si $h_{i+1}(t) = 0$ et $h_{i-1}(t) \neq 0$

$$x_{m,i}(t + \Delta t) = \frac{4x_{i-1}(t + \Delta t) - x_{i-2}(t + \Delta t)}{3} - \frac{G_{m,i}(t + \Delta t)}{3(4h_{i-1}(t + \Delta t) - h_{i-2}(t + \Delta t))} \quad (\text{B.29})$$

avec

$$G_{m,i}(t + \Delta t) = -\frac{\alpha_{2,i}(t + \Delta t) + \beta_2 F_{m,i}(t + \Delta t)}{\gamma_2} \quad (\text{B.30})$$

- Si $h_{i+1}(t) = 0$ et $h_{i-1}(t) = 0$

$$x_{pm,i}(t + \Delta t) = \frac{x_{m,i}(t + \Delta t) + x_{p,i}(t + \Delta t)}{2} \quad (\text{B.31})$$

Cette méthode permet de traiter le cas où la hauteur de la dune s'annule en limitant l'erreur liée à la nature discrète du modèle.

B.3 Amplitude des perturbations initiales

Lorsque une perturbation est superposée au système initial, le volume de la dune, $\mathcal{V} = \int \frac{h(y)^2}{2A} dy$, proportionnel à h^2 peut changer. Une perturbation être de moyenne nulle sans que la moyenne de son carré soit nulle. C'est le cas par exemple d'une

perturbation sinusoïdale sur h d'amplitude ϵ_h . Elle ne conservera alors pas le volume de la dune. Celui-ci augmente d'une quantité $\Delta\mathcal{V} = \epsilon_h^2/2$. Si la dune, ainsi perturbée, est stable à la perturbation à laquelle elle est soumise, elle tendra vers une dune de hauteur uniforme h_f différente de sa hauteur initiale h_0 :

$$h_f = h_0 \sqrt{1 + \frac{\epsilon_h^2}{2h_0^2}} \quad (\text{B.32})$$

Au contraire, une perturbation sur la position x de la ligne de crête, quelle que soit sa forme, n'induit aucun changement de volume de dune. En conclusion, tant que les perturbations introduites sur h seront petites ($\epsilon_h \ll h_0$), nous pourrions considérer qu'elles conservent, au premier ordre, le volume de la dune.

Annexe C

Résolution numérique de la forme d'une barkhane stationnaire

Dans cette partie, nous résolvons numériquement la forme d'une barkhane stationnaire. Pour cela, nous ne présupposons pas de forme particulière de la barkhane, uniquement sa stationnarité et des conditions de symétrie et aux limites.

La longueur caractéristique pour adimensionner est ici la hauteur maximale de la barkhane h_{max} . Le système à résoudre est donc :

$$h \frac{\partial x}{\partial t} = BT_e(h(y)) + C(1 - f_{in}) + \alpha_1 \frac{\partial}{\partial y} \left(h \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \beta_1 \frac{\partial}{\partial y} \left(h \frac{\partial x}{\partial y} \right) \quad (C.1)$$

$$h \frac{\partial h}{\partial t} = A(T_e(h(y)) - 1) + Af_{in} + \alpha_2 \frac{\partial}{\partial y} \left(h \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \beta_2 \frac{\partial}{\partial y} \left(h \frac{\partial x}{\partial y} \right) \quad (C.2)$$

avec

$$\alpha_1 = \sigma \frac{BC}{A} (\rho - 1), \quad (C.3)$$

$$\beta_1 = \sigma(C + B\rho), \quad (C.4)$$

$$\alpha_2 = \sigma(B + \rho C), \quad (C.5)$$

$$\beta_2 = \sigma A(\rho - 1), \quad (C.6)$$

$$\sigma = D_u/q. \quad (C.7)$$

Le flux F_{in} est adimensionné par q , les hauteurs sont adimensionnées par h_B et le temps par h_B^2/q .

La forme proposée pour une barkhane qui avance sans se déformer est la suivante :

$$x(y, t) = V_0 t + x_0(y) \quad (\text{C.8})$$

$$h(y, t) = h_0(y) \quad (\text{C.9})$$

avec les conditions aux limites correspondant à la barkhane : une barkhane centrée en $y = 0$ de hauteur maximale h_{max}

$$x_0(y = 0) = 0 \quad (\text{C.10})$$

$$h_0(y = 0) = 1 \quad (\text{C.11})$$

$$\frac{\partial x_0}{\partial y}(y = 0) = 0 \quad (\text{C.12})$$

$$\frac{\partial h_0}{\partial y}(y = 0) = 0, \quad (\text{C.13})$$

dont la demi-largeur est définie par

$$h_0(y = W) = 0. \quad (\text{C.14})$$

Nous obtenons un système de deux équations couplées du second ordre en x_0 et h_0 . Nous imposons au système un taux de capture qui dépend de la hauteur $T_e(h)$ et une hauteur en $y = 0$ de 1. Les inconnues supplémentaires sont f_{in} , W et V_0 . Nous pourrions également choisir de fixer f_{in} et dans ce cas la hauteur en $y = 0$ ne serait pas unitaire.

Le paramètre f_{in} est lié au taux de capture $T_e(h)$ intégré sur toute la dune de façon à ce que la dune soit à l'équilibre. Nous remplaçons f_{in} par une fonction de T_e dans le système d'équations. Pour cela, nous calculons la conservation de la masse en prenant la moyenne des deux équations sur toute la dune.

$$f_{in} = 1 - \bar{T}_e \quad (\text{C.15})$$

$$V_0 \bar{h}_0 = \bar{T}_e \quad (\text{C.16})$$

avec

$$\bar{h}_0 = \frac{1}{W} \int_0^W h_0(y) dy \quad (\text{C.17})$$

$$\bar{T}_e = \frac{1}{W} \int_0^W T_e(h_0(y)) dy. \quad (\text{C.18})$$

À partir de ces équations, le système à résoudre se réécrit en :

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(h_0 \frac{\partial h_0}{\partial y} \right) = \frac{\beta_2}{\rho} [V_0(h_0 - C\bar{h}_0) - BT_e] - \frac{\beta_1}{\rho} [A(V_0\bar{h}_0 - T_e)] \quad (\text{C.19})$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(h_0 \frac{\partial x_0}{\partial y} \right) = \frac{\alpha_1}{\rho} [A(V_0\bar{h}_0 - T_e)] - \frac{\alpha_2}{\rho} [V_0(h_0 - C\bar{h}_0) - BT_e] \quad (\text{C.20})$$

L'inconnue f_{in} est remplacée par une nouvelle inconnue \bar{h}_0 . Le système à résoudre se compose donc de 2 équations couplées d'ordre 2 qui nécessitent 4 conditions aux limites et de trois inconnues supplémentaires \bar{h}_0 , W et V_0 . Pour le résoudre il faut donc en tout 9 conditions aux limites.

Nous ramenons le système à 4 équations de degré 1 en introduisant $h_1(y) = \frac{\partial h_0(y)}{\partial y}$ et $x_1(y) = \frac{\partial x_0(y)}{\partial y}$. Pour fermer le système, on pose

$$I(y) = \frac{1}{W} \int_0^y h_0(y_1) dy_1 \quad (\text{C.21})$$

$$J(y) = \frac{1}{W} \int_0^y T_e(h_0(y_1)) dy_1 \quad (\text{C.22})$$

La longueur transverse y est adimensionnée par la demi-largeur de la barkhane W . Nous posons alors $z = y/W$.

Le système à résoudre numériquement se compose de six équations :

$$\partial_z h_0 = Wh_1 \quad (\text{C.23})$$

$$\partial_z x_0 = Wx_1 \quad (\text{C.24})$$

$$\partial_z h_1 = W \left\{ -\frac{h_1^2}{h_0} - \frac{\beta_2}{\gamma} \left[V_0(1 - C\frac{\bar{h}_0}{h_0}) - B\frac{T_e}{h_0} \right] + \frac{\beta_1}{\gamma} \left[A(V_0\frac{\bar{h}_0}{h_0} - \frac{T_e}{h_0}) \right] \right\} \quad (\text{C.25})$$

$$\partial_z x_1 = w \left\{ -\frac{h_1 x_1}{h_0} + \frac{\alpha_2}{\gamma} \left[V_0(1 - C\frac{\bar{h}_0}{h_0}) - B\frac{T_e}{h_0} \right] - \frac{\alpha_1}{\gamma} \left[A(V_0\frac{\bar{h}_0}{h_0} - \frac{T_e}{h_0}) \right] \right\} \quad (\text{C.26})$$

$$\partial_z I = h_0 \quad (\text{C.27})$$

$$\partial_z J = T_e \quad (\text{C.28})$$

avec six conditions en $z = 0$:

$$x_0(z = 0) = 0 \quad (\text{C.29})$$

$$h_0(z = 0) = 1 \quad (\text{C.30})$$

$$x_1(z = 0) = 0 \quad (\text{C.31})$$

$$h_1(z = 0) = 0 \quad (\text{C.32})$$

$$I(h = 0) = 0 \quad (\text{C.33})$$

$$J(h = 0) = 0 \quad (\text{C.34})$$

et trois conditions en $z = 1$:

$$h_0(z = 1) = 0 \quad (\text{C.35})$$

$$I(z = 1) = \bar{h}_0 \quad (\text{C.36})$$

$$J(z = 1) = V_0 \bar{h}_0 \quad (\text{C.37})$$

Le système peut résoudre $x_0(z)$ et $h_0(z)$ ainsi que les trois paramètres inconnus W , V_0 and \bar{h}_0 grâce à un solveur d'équations différentielles pour problèmes à conditions limites. Nous utilisons la routine Matlab **bvp4c** qui permet de résoudre des équations différentielles ordinaires d'un problème paramétré à conditions limites.

Annexe D

Correction du trajet optique du faisceau laser à travers le chenal

Le faisceau laser traverse différents milieux avant de rencontrer le lit granulaire, il va donc être réfracté lors de son trajet. Le nuage de point brut reconstruit par le logiciel fourni avec le lidar doit ainsi être corrigé pour prendre en compte les réfractions successives. Le faisceau est émis dans l'air, va traverser le couvercle en polycarbonate du chenal, puis pénétrer dans l'eau avant d'être réfléchi et de parcourir le chemin inverse.

En écrivant l'égalité des chemins optiques et en prenant en compte les différentes réfractions, le nuage de point est corrigé.

Tout d'abord, il faut connaître l'origine du faisceau laser, qui n'est pas celle du repère du nuage de point donné par le scanner. Nous notons le repère donné par un scan (O, x, y, z) et le repère dont l'origine est le faisceau laser (O_L, X, Y, Z) avec $X = x - x_{off}$, $Y = y - y_{off}$ et $Z = z - z_{off}$. $(x_{off}, y_{off}, z_{off})$ sont les coordonnées du point d'origine du laser O_L dans le repère du nuage de point donné par le scanner (O, x, y, z) (voir figure D.1). Nous prenons comme valeur $x_{off} = 16,8 \text{ mm}$, $y_{off} = 0$ et $z_{off} = 12 \text{ mm}$.

Le faisceau laser traverse l'air jusqu'à ce qu'il coupe le plan \mathcal{P}_1 du dessus du couvercle en \mathcal{M}_1 . Il traverse ensuite le couvercle jusqu'à ce qu'il coupe le plan \mathcal{P}_2 du dessous du couvercle en \mathcal{M}_2 . La distance entre les plans \mathcal{P}_1 et \mathcal{P}_2 est d_c l'épaisseur du couvercle. Le faisceau laser poursuit ensuite son trajet dans l'eau jusqu'à ce qu'il soit réfléchi sur le fond du chenal en \mathcal{M}_R .

Le logiciel de traitement du scanner considère lui que le faisceau parcourt son trajet dans l'air jusqu'en \mathcal{M} .

Les données du problèmes sont :

- les coordonnées du point d'origine du laser O_L dans le repère du nuage de point

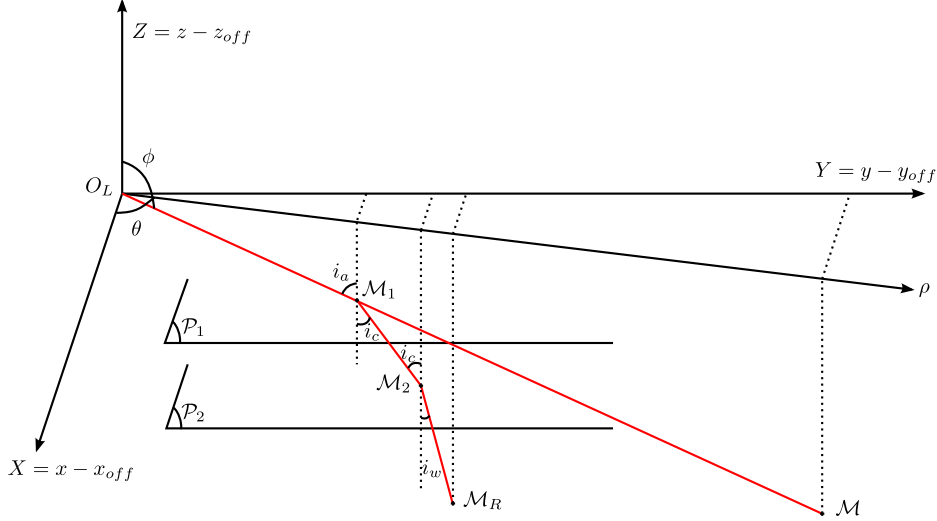


FIGURE D.1 – Schéma optique de la double réfraction du faisceau laser

milieu	indice optique à 532nm	source
air	$n_a = 1.00027821$	Ciddor (1996)
eau	$n_w = 1.335$	Daimon et Masumura (2007)
polycarbonate	$n_c = 1.592$	Kasarova <i>et al.</i> (2007)

TABLE D.1 – Indice optique des différents milieux rencontrés par le faisceau laser

- donné par le scanner (O, x, y, z) $(x_{off}, y_{off}, z_{off})$;
- les coordonnées d'un point du nuage scanné (x, y, z) dans le repère du nuage de point donné par le scanner (O, x, y, z) ;
 - l'épaisseur du couvercle d_c ;
 - les indices optiques de l'air n_a , du couvercle n_c , de l'eau n_w (voir table D.1).

Les réfractions multiples ont toutes lieu dans le plan d'incidence initial. Les coordonnées cylindriques (ρ, θ, Z) sont donc plus appropriées pour résoudre le problème, car tous les points étudiés ont la même coordonnée θ .

L'angle incident i_a du faisceau laser sur le dessus du couvercle est :

$$\tan i_a = \frac{\rho}{Z} \quad (\text{D.1})$$

Le rayon ρ_1 de \mathcal{M}_1 est :

$$\rho_1 = \frac{Z_1}{Z} \rho \quad (\text{D.2})$$

L'angle i_c entre le parcours du faisceau laser dans le couvercle et la normale en \mathcal{M}_1 s'exprime avec la deuxième loi de Snell-Descartes :

$$n_a \sin i_a = n_c \sin i_c \quad (\text{D.3})$$

Le rayon ρ_2 de \mathcal{M}_2 :

$$\rho_2 = \rho_1 + d_c \tan i_c \quad (\text{D.4})$$

et de même, l'angle i_w entre le parcours du faisceau laser dans l'eau et la normale en \mathcal{M}_2 s'exprime avec la deuxième loi de Snell-Descartes :

$$n_w \sin i_w = n_c \sin i_c \quad (\text{D.5})$$

À partir de l'égalité des chemins optiques :

$$n_a \mathcal{M}_1 \mathcal{M} = n_c \mathcal{M}_1 \mathcal{M}_2 + n_w \mathcal{M}_2 \mathcal{M}_R \quad (\text{D.6})$$

avec

$$\mathcal{M}_1 \mathcal{M} = \frac{\rho - \rho_1}{\sin i_a} \quad (\text{D.7})$$

$$\mathcal{M}_1 \mathcal{M}_2 = \frac{d_c}{\cos i_c} \quad (\text{D.8})$$

$$\mathcal{M}_2 \mathcal{M}_R = \frac{Z_R - Z_1 - d_c}{\cos i_w} \quad (\text{D.9})$$

Z_R est exprimé :

$$Z_R = Z_1 + d_c + (\rho - \rho_1) \frac{n_a \cos i_w}{n_w \sin i_a} - d_c \frac{n_c \cos i_w}{n_w \cos i_c} \quad (\text{D.10})$$

En ré-exprimant les distances $\mathcal{M}_1 \mathcal{M}_2$ et $\mathcal{M}_2 \mathcal{M}_R$

$$\mathcal{M}_1 \mathcal{M}_2 = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\sin i_c} \quad (\text{D.11})$$

$$\mathcal{M}_2 \mathcal{M}_R = \frac{\rho_R - \rho_2}{\sin i_w} \quad (\text{D.12})$$

et avec l'égalité des chemins optiques D.6 :

$$n_a \frac{\rho - \rho_1}{\sin i_a} = n_c \frac{\rho_2 - \rho_1}{\sin i_c} + n_w \frac{\rho_R - \rho_2}{\sin i_w} \quad (\text{D.13})$$

ainsi que les relations de Snell-Descartes D.5, D.3, l'expression de ρ_R est obtenue :

$$\rho_R = \rho \left[\frac{Z_1}{Z} + \left(1 - \frac{Z_1}{Z} \right) \frac{n_a^2}{n_w^2} \right] + d_c \tan i_c \left(1 - \frac{n_c^2}{n_w^2} \right) \quad (\text{D.14})$$

Les coordonnées cartésiennes de \mathcal{M}_R peuvent finalement être exprimées :

$$X_r = \frac{\rho_R}{\rho} X \quad (\text{D.15})$$

$$Y_r = \frac{\rho_R}{\rho} Y. \quad (\text{D.16})$$

Annexe E

Articles

Ces travaux ont donné lieu à la publication de deux articles sur le modèle de dune présenté dans le chapitre 2 :

- Modèle minimal pour les dunes transverses (Guignier *et al.*, 2012)
- Physical Review E, Sand dunes as migrating strings (Guignier *et al.*, 2013).

E.1 Modèle minimal pour les dunes transverses (Guignier *et al.*, 2012)

Modèle minimal pour les dunes transverses

Lucie GUIGNIER¹, Alexandre VALANCE¹, Dimitri LAGUE²

1. Université de Rennes 1, Institut de Physique de Rennes, UMR 6251 CNRS,
263 av. Général Leclerc 35042 Rennes CEDEX, France.

lucie.guignier@univ-rennes1.fr ; alexandre.valance@univ-rennes1.fr

2. Université de Rennes 1, Géosciences Rennes, UMR 6118 CNRS,
263 av. Général Leclerc 35042 Rennes CEDEX, France.

dimitri.lague@univ-rennes1.fr

Résumé :

Nous présentons ici un modèle minimal pour décrire la stabilité des dunes transverses. Ce modèle qui s'inspire de celui proposé par NIIYA *et al.* (2010) est basé sur une représentation simplifiée d'une dune transverse. Celle-ci est décrite par une succession de sections longitudinales qui interagissent entre elles par l'intermédiaire de flux sédimentaires latéraux. Les coupes longitudinales sont définies à partir de caractéristiques géométriques simples. La position et la hauteur de leur sommet suffisent ainsi à les caractériser entièrement. Un bilan des flux sédimentaires dans la direction longitudinale et latérale permet d'obtenir un système de deux équations couplées décrivant l'évolution spatio-temporelle de la position et de la hauteur de la ligne de crête. Ce modèle nous permet de conduire une analyse de stabilité linéaire d'une dune transverse rectiligne et d'identifier les processus physiques susceptibles de la déstabiliser au profit d'une dune sinueuse ou de la fragmenter en une multitude de dunes plus petites. Nous avons identifié deux paramètres importants dans le processus de stabilité : le taux de capture de sédiment par la face d'avalanche et les coefficients de diffusion transverses. Ce modèle simple constitue un outil intéressant pour étudier la dynamique complexe de dunes 3D.

Mots-clés :

Dunes transverses – Sédiments – Modélisation – Analyse de stabilité linéaire

1. Introduction

Un lit sableux, plat, horizontal, et soumis au cisaillement d'un fluide (air et eau) est intrinsèquement instable et laissera place à des structures sableuses qui présentent en général un agencement spatial régulier et que l'on appelle dunes. Elles peuvent avoir des morphologies très diverses selon l'apport en sédiment et la complexité de l'écoulement (e.g., barkhanes, dunes transverses ou étoiles). Celles-ci peuvent se former aussi bien dans les déserts de sable sous l'action du vent qu'au fond des océans ou des rivières sous l'action de courants hydrodynamiques. Le mécanisme d'instabilité primaire donnant naissance aux dunes est maintenant bien connu (RICHARDS, 1980 ;

KROY *et al.*, 2002 ; VALANCE, 2005) mais la dynamique ultérieure aux temps longs est encore très mal comprise du fait des fortes non-linéarités qui apparaissent dans l'écoulement et les processus de transport.

Nous intéressons ici à la stabilité des dunes éoliennes transverses se mouvant sur un sol plat non-érodable sous l'action d'un écoulement unidirectionnel d'intensité constante. Des simulations récentes basées sur la résolution complète des équations hydrodynamiques couplées à un modèle de transport de sédiment ont montré qu'une dune transverse rectiligne est intrinsèquement instable, devient sinueuse puis se disloque pour former des barkhanes (PARTELI *et al.*, 2011). Cette approche numérique est une opération très consommatrice en temps de calcul et ne permet pas d'identifier aisément les mécanismes physiques pertinents responsables de cette instabilité. Pour cela, nous avons développé une autre approche basée sur une description simplifiée des processus mises en jeu.

L'approche que nous proposons s'inspire fortement du modèle de Niiya, Awasu et Nishimori (NIIYA *et al.*, 2010). Elle consiste à décomposer une dune transverse en une succession de coupes transversales (i.e., des dunes bidimensionnelles) qui interagissent entre elles par l'intermédiaire de flux sédimentaires latéraux. Ce faisant, il est possible de décrire l'évolution d'une dune transverse par un simple système d'équations de type convection-diffusion pour la position et la hauteur de la ligne de crête.

2. Modèle

2.1 Description du modèle

Le modèle traite le cas d'une dune transverse qui évolue sur fond non-érodable dans le cas d'un apport de sédiment contrôlé. L'hypothèse centrale du modèle est de considérer que la coupe transversale d'une dune présente toujours la même géométrie. La pente amont et la pente aval sont supposées constantes et caractérisées respectivement par les angles θ et φ (voir figure 1). Cela permet de définir les constantes géométriques suivantes :

$$A = \frac{\tan \theta \tan \varphi}{\tan \theta + \tan \varphi}, B = \frac{\tan \varphi}{\tan \theta + \tan \varphi} \text{ et } C = \frac{\tan \theta}{\tan \theta + \tan \varphi} \quad (1)$$

Dans la suite A , B et C sont fixées respectivement à 1/10, 4/5 et 1/5, ce qui correspond à des angles θ et φ respectivement de 7° et 26° .

On appellera x la coordonnée selon la direction du vent et y celle selon la direction perpendiculaire. Une coupe transversale de dune est alors complètement décrite par les coordonnées de son sommet (x, h) (voir la figure 1).

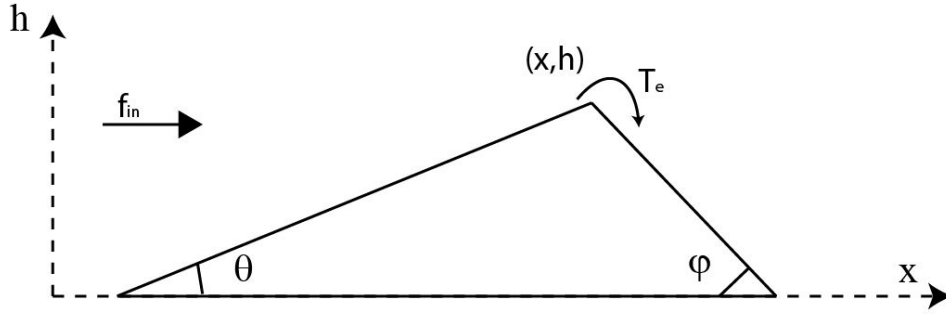


Figure 1. Schéma d'une coupe transverse de dune. Les angles des faces amont et aval avec l'horizontale sont respectivement θ et ϕ . Le sommet de la dune est repéré par ses coordonnées x et h . Un flux de sédiment f_{in} est imposé et le taux de capture du sédiment par la face aval est T_e .

La force de l'écoulement détermine le flux de sédiment q au sommet de la dune. Le sédiment entraîné par l'écoulement au sommet de la dune peut être capté par la face aval de la dune. La probabilité de capture est définie par le taux de capture T_e . Pour une force d'écoulement donnée, le taux de capture est supposé être fonction de la hauteur de la dune uniquement. Un flux de sédiment f_{in} constant est imposé en amont de la dune.

2.2 Mise en équation

En écrivant la conservation de la matière sur une dune pour la face aval et la section complète, on obtient le système d'équations suivant :

$$h \frac{\partial x}{\partial t} = q(BT_e + C) - Cf_{in} - B \frac{\partial J_d}{\partial y} + C \frac{\partial J_u}{\partial y}, \quad (2)$$

$$h \frac{\partial h}{\partial t} = A \left[q(T_e - 1) + f_{in} - \frac{\partial J_d}{\partial y} - \frac{\partial J_u}{\partial y} \right], \quad (3)$$

où J_u et J_d sont les flux latéraux respectivement sur les faces amont et aval de la dune. En considérant que les flux latéraux sur les faces aval et amont sont proportionnels aux aires sur lesquelles les faces respectives de deux sections successives se chevauchent (NIIYA *et al.*, 2010), on peut écrire que :

$$J_u = D_u \left(-\frac{B}{A} h \frac{\partial h}{\partial y} + h \frac{\partial x}{\partial y} \right), \quad (4)$$

$$J_d = D_d \left(-\frac{C}{A} h \frac{\partial h}{\partial y} - h \frac{\partial x}{\partial y} \right). \quad (5)$$

où D_u et D_d sont des constantes homogènes à des coefficients de diffusion et caractérisent l'intensité de la diffusion latérale respectivement sur la face amont et aval. Le système d'équations (2) et (3) complété par les relations (4) et (5) caractérise complètement la dynamique de notre dune transverse.

3. Analyse de stabilité linéaire d'une dune transverse

Le système ci-dessus possède une solution stationnaire uniforme qui correspond à une dune transverse rectiligne se mouvant à vitesse constante. On cherche à savoir si cette solution est stable vis-à-vis de perturbations quelconques. C'est le principe de l'analyse de stabilité linéaire. Celle-ci consiste plus précisément à perturber le système par un signal sinusoïdal de nombre d'onde k et de calculer son taux de croissance ω . Si le taux de croissance est négatif pour tous les nombres d'onde, toutes les perturbations vont s'atténuer dans le temps. La solution sera stable. Au contraire, si on trouve au moins un nombre d'onde dont le taux de croissance est positif, celui va croître exponentiellement. La solution est alors instable. C'est en général le mode instable qui possède le plus grand taux de croissance qui va se développer et dominer sur tous les autres.

3.1 Solution homogène

On cherche une solution homogène de la forme $x=V_0t$ et $h=h_0$, où V_0 la vitesse d'avancée et h_0 la hauteur de la dune sont constantes. En injectant ces relations dans les équations (2) et (3), on trouve :

$$h_0V_0 = qT_e(h_0), \quad (6)$$

$$f_{in} = q(1 - T_e(h_0)). \quad (7)$$

Cette solution représente une dune transverse de hauteur uniforme qui avance à vitesse constante. Plus la dune est haute, plus elle avance lentement.

3.2 Etude de stabilité linéaire

La solution homogène est perturbée par une composante sinusoïdale de la forme suivante :

$$x(y,t) = x_0(t) + x_1(y,t) \quad (8)$$

$$h(y,t) = h_0 + h_1(y,t) \quad (9)$$

où :

$$x_1(y,t) = x_{10}e^{\omega t +iky} \quad (10)$$

$$h_1(y,t) = h_{10}e^{\omega t +iky} \quad (11)$$

où k est le nombre d'onde de la perturbation et ω son taux de croissance.

En injectant (8) et (9) dans le système (2) et (3) et en ne retenant que les termes linéaires en h_1 et x_1 , on obtient une expression pour le taux de croissance ω en fonction de k :

$$2h_0^2\omega_{\pm} = Aq\delta T_e(h_0) - (1+\rho)D_u h_0^2 k^2 \pm \sqrt{A^2 q^2 \delta^2 T_e(h_0)^2 + 2Aq(1-\rho)(\delta-2)T_e(h_0)D_u h_0^2 k^2 + (1-\rho)^2 D_u^2 h_0^4 k^4} \quad (12)$$

où :

$$\delta = \frac{h_0}{T_e(h_0)} \frac{dT_e}{dh} \bigg|_{h_0} \text{ et } \rho = \frac{D_d}{D_u} \quad (13)$$

Le paramètre δ est la variation relative du taux de capture de sédiment sur la face aval. Si la diffusion est négligée, pour un δ positif, on s'attend à ce que la dune soit déstabilisée. En effet, si la hauteur de la dune augmente, elle captera plus de sédiment donc aura tendance à poursuivre sa croissance, l'effet sera donc déstabilisant. Au contraire un δ négatif aura l'effet inverse, la dune sera donc stable.

Le paramètre ρ est le rapport des coefficients de diffusion sur les faces aval et amont de la dune. Le coefficient de diffusion de la face amont aura un effet stabilisant alors que celui de la face aval aura un effet déstabilisant. Pour une dune de hauteur uniforme, considérons deux tranches légèrement décalées selon x . Sous l'effet de la diffusion sur la face amont, la tranche en amont va céder du sédiment à celle en aval. La tranche en aval va donc croître. Une tranche qui croît voit sa vitesse diminuer, la dune amont va donc rattraper celle qui était en aval. Les tranches vont se trouver alignées, l'effet de la diffusion amont est bien stabilisant pour la dune transverse. Au contraire, la diffusion sur la face aval aura l'effet inverse et déstabilisera la dune transverse rectiligne. Donc plus ρ sera élevé, plus l'effet de la diffusion sera déstabilisant.

Par la suite, on s'intéressera uniquement au mode le plus instable ω_+ , et plus précisément à sa partie réelle. Analysons dans un premier temps le comportement de ω_+ à grand k et à petit k .

A grand k , la diffusion domine et a un effet stabilisant. Les perturbations de petite longueur d'onde vont donc s'atténuer dans le temps [$\omega_+ \approx -Dk^2$ où $D = \max(D_u, D_d)$]. On cherche à savoir maintenant s'il existe des modes instables pour des valeurs finies du nombre d'onde. Pour cela, on effectue le développement du taux de croissance à petit nombre d'onde. Il apparaît 2 situations différentes selon le signe de δ :

(i) $\delta > 0$

$$\omega_+ \approx \frac{Aq\delta T_e(h_0)}{h_0^2} - D_u \left[\rho + \frac{1-\rho}{\delta} \right] k^2 \quad (14)$$

(ii) $\delta < 0$

$$\omega_+ \approx -D_u \left[1 + \frac{\rho-1}{\delta} \right] k^2 \quad (15)$$

Il apparaît que la présence de modes instables dépend uniquement des deux paramètres ρ et δ .

On trouve que dans le cas où $\delta > 0$, il apparaît une bande de vecteur d'onde instable quelque soit la valeur du paramètre ρ . La dune transverse sera donc toujours instable. Dans le cas opposé (i.e., $\delta < 0$), il n'existe de modes instables que si ρ est une supérieure à valeur critique $\rho_c = 1 - \delta$. La dune transverse sera donc stable pour $\rho < \rho_c$.

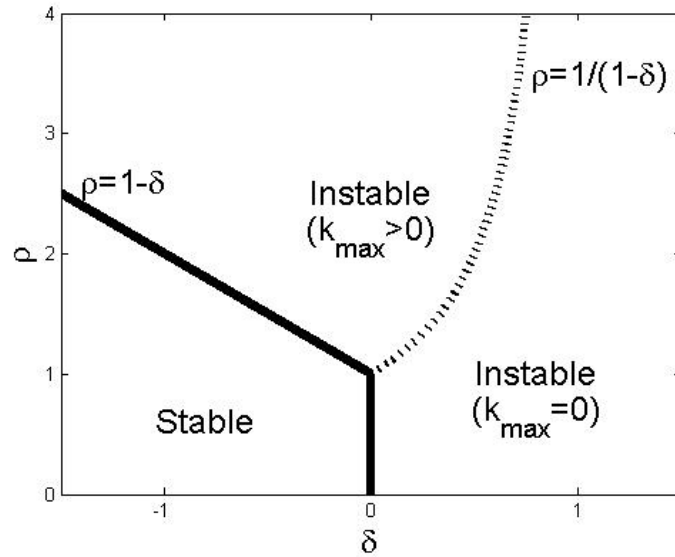


Figure 2. Domaine de stabilité d'une dune transverse rectiligne dans l'espace des paramètres δ et ρ . Pour $\delta > 0$, une dune transverse rectiligne est toujours instable, alors que pour $\delta < 0$, elle est stable si $\rho < 1 - \delta$.

La figure 2 résume nos résultats en montrant le domaine de stabilité des dunes transverses dans l'espace des paramètres δ et ρ . Dans le domaine d'instabilité de la dune, deux scénarii différents sont attendus selon que le mode le plus instable k_{max} correspond à un nombre d'onde fini ou non (voir figure 3). Dans le cas où $k_{max} = 0$, on s'attend à ce que la dune subisse une augmentation ou une diminution uniforme de sa hauteur, tandis que dans le cas où $k_{max} > 0$, la hauteur et la ligne de crête développeront une ondulation de longueur d'onde $2\pi/k_{max}$. Dans ce dernier cas, l'amplitude de l'ondulation croîtra dans un premier temps puis pourra éventuellement saturer à une valeur finie sous l'effet des non-linéarités (non prises en compte dans cette analyse linéaire) ou augmenter exagérément pour conduire à une fragmentation de la dune en une multitude de dunes plus petites.

4. Discussion

4.1 Taux de capture

La variation du taux de capture avec de la hauteur de la dune joue un rôle prépondérant sur la stabilité de la dune transverse. Il est possible d'avoir une idée de sa variation à partir de considérations physiques élémentaires. Le sédiment au sommet de la dune est soumis à une force de cisaillement produite par l'écoulement, ce qui engendre un certain flux q au sommet de la dune. Le sédiment arrivant au sommet de la dune sera projeté à une certaine distance en aval. Cette distance dépend essentiellement de la force de l'écoulement. Par ailleurs, plus la dune est haute, plus sa face d'avalanche est étendue,

et plus la probabilité pour que le sédiment soit capté par celle-ci est importante. Pour un écoulement d'intensité donné, on s'attend donc à ce que le taux de capture augmente de façon monotone (i.e., $\delta > 0$) puis sature ($\delta = 0$) à partir d'une valeur critique de h . Il apparaît donc que seules les situations où δ est positif ou nul semblent réalistes.

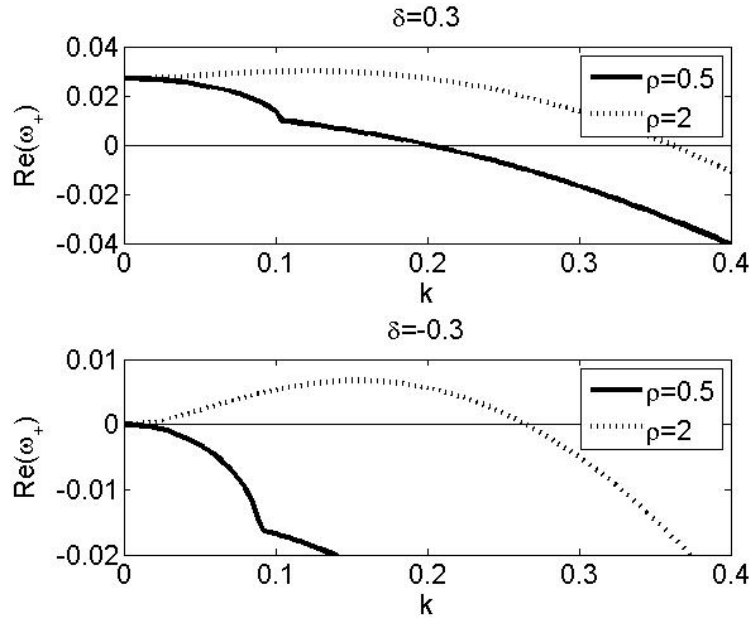


Figure 3. Diagrammes de dispersion pour deux valeurs de ρ et de δ ($q/D_u = 0.5$; $Te = 0.9$). Pour $\delta = 0.3$, ω est positif sur une bande de k , la dune transverse est donc instable pour les deux valeurs de ρ . Pour $\delta = -0.3$, la dune transverse est instable dans le cas $\rho = 0.5$, et stable pour $\rho = 2$.

4.2 Coefficients de diffusion

Le rapport ρ entre les coefficients de diffusion latéraux D_u et D_d joue aussi un grand rôle dans la détermination de la stabilité. Plusieurs causes peuvent produire des flux latéraux (HERSEN, 2004). Tout d'abord la composante latérale de l'écoulement, lorsque la forme de la dune n'est plus invariante selon la direction transverse, contribue à distribuer les grains latéralement. Ensuite les avalanches qui se produisent sur la face aval ont une certaine étendue latérale, ce qui contribue au flux de diffusion J_d . Certains grains se déplacent en saltation et créent un impact qui met d'autres grains en mouvement. Le mouvement de ces grains est alors sensible à la pente locale autour d'un grain, qui n'est pas nécessairement la pente calculée dans la direction principale de l'écoulement. Cela cause des flux latéraux sur les faces amont. Peu de mesures existent sur la quantification de ces flux et il est donc difficile d'en donner des estimations. Il serait donc intéressant de les quantifier précisément par des mesures de terrain ou des expériences modèles en laboratoire.

4.3 Validation du modèle

Parteli *et al.* ont étudié la stabilité des dunes transverses à partir d'une simulation numérique basée sur la résolution des équations hydrodynamiques couplées à un modèle de transport de sédiment (PARTELI *et al.*, 2011). Cette étude a montré que les dunes transverses rectilignes sont intrinsèquement instables. C'est ce que prédit notre modèle dans le cas où $T'_e > 0$.

5. Conclusion et perspectives

Une analyse de stabilité linéaire de dunes transverses a été menée grâce à un modèle simplifié qui prend en compte les principaux ingrédients du transport sédimentaire. Nous prédisons le domaine de stabilité des dunes transverses et montrons que seuls deux paramètres jouent un rôle pertinent : le taux de capture et le rapport des coefficients de diffusion sur les faces amont et aval.

La prise en compte des effets non-linéaires reste à faire pour déterminer l'évolution des dunes transverses quand elles sont instables. Ceci peut être réalisé simplement en intégrant numériquement notre système d'équations, ce que nous envisageons de faire à court terme. On peut néanmoins déjà prévoir les différents scénarii attendus. Dans un premier temps, la hauteur et la ligne de crête vont subir une ondulation à une longueur d'onde bien définie, dont l'amplitude croît dans le temps. Puis on verra soit une stabilisation de l'amplitude, soit une croissance indéfinie qui produira une fragmentation de la dune en une multitude de petites dunes.

Cette étude a été partiellement financée par le Ministère de la Défense (Direction Générale de l'Armement) et la Région Bretagne.

6. Références bibliographiques

- HERSEN P. (2004). *On the crescentic shape of barchan dunes*. The European Physical Journal B-Condensed matter and Complex Systems, Vol. 37, Number 4, pp 507-514.
- KROY K., SAUERMAN G., HERRMANN H.J. (2002). *Minimal Model for sand dune*. Physical Review Letters, Vol. 88, 054301. doi:10.1103/PhysRevLett.88.054301
- NIHARA H., AWAZU A., NISHIMORI H. (2010). *Three-Dimensional Dune Skeleton Model as a Coupled Dynamical System of Two-Dimensional Cross Sections*. Journal of the Physical Society of Japan, Vol. 79, No. 6, June, 2010, 063002. doi:10.1143/JPSJ.79.063002
- PARTELI E., ANDRADE J., HERRMANN H., (2011). *Transverse Instability of Dunes*. Physical Review Letters, Vol. 107, 188001. doi:10.1103/PhysRevLett.107.188001
- RICHARDS K.J. (1980). *The formation of ripples and dunes on an erodible bed*. J. Fluid Mech., Vol. 99, 597. doi:10.1017/S002211208000078X
- VALANCE A. (2005). *Formation of ripples over sand bed submitted to a turbulent shear flow*. Eur. Phys. J. B., Vol. 45, pp 433–442. doi:10.1140/epjb/e2005-00201-9

E.2 Physical Review E, Sand dunes as migrating strings (Guignier *et al.*, 2013)

Sand dunes as migrating strings

L. Guignier,¹ H. Niiya,² H. Nishimori,² D. Lague,³ and A. Valance¹¹*Institut de Physique de Rennes, CNRS UMR 6251, Université de Rennes 1, 35042 Rennes cedex, France*²*Department of Mathematical and Life Sciences, Hiroshima University, Japan*³*Géosciences Rennes, CNRS UMR 6118, Université de Rennes 1, 35042 Rennes cedex, France*

(Received 24 September 2012; revised manuscript received 29 March 2013; published 24 May 2013)

We develop a reduced complexity model for three-dimensional sand dunes, based on a simplified description of the longitudinal and lateral sand transport. The spatiotemporal evolution of a dune migrating over a nonerodible bed under unidirectional wind is reduced to the dynamics of its crest line, providing a simple framework for the investigation of three-dimensional dunes, such as barchan and transverse dunes. Within this model, we derive analytical solutions for barchan dunes and investigate the stability of a rectilinear transverse dune against lateral fluctuations. We show, in particular, that the latter is unstable only if the lateral transport on the dune slip face prevails over that on the upwind face. We also predict the wavelength and the characteristic time that control the subsequent evolution of an unstable transverse dune into a wavy ridge and the ultimate fragmentation into barchan dunes.

DOI: [10.1103/PhysRevE.87.052206](https://doi.org/10.1103/PhysRevE.87.052206)

PACS number(s): 45.70.Mg, 45.70.Qj, 47.54.-r

I. INTRODUCTION

Aeolian sand dunes are ubiquitous natural patterns present on Earth but also on other planets, such as Mars. The mechanism responsible for the primary instability that leads a flat sand bed to destabilize in favor of a sand wave under unidirectional flow is now well identified [1,2]. The instability results from the phase lag between the flow shear stress and the bedform, whereas, the most unstable wavelength, which sets the minimum size for a dune, is governed by the drag length (i.e., the length needed for the sediment to equilibrate with the flow) [1,2]. The secondary instabilities, such as those leading to three-dimensional (3D) patterns remain, however, poorly understood.

Here, we address the issue on the stability of a rectilinear transverse dune migrating over a nonerodible bed under unidirectional flow and its subsequent dynamics. Recently, rescaled water tank experiments [3] show that a rectilinear transverse dune is intrinsically unstable and evolves into a wavy ridge that eventually breaks up into barchan dunes. Numerical studies [3,4] based on the resolution of Reynolds equations and coupled with a sediment transport model have shown their ability to replicate the complex dynamic of a transverse dune.

In this article, we develop, instead, a simple model based on a reduced number of physical ingredients which allows clearly identifying the mechanisms competing for the destabilization of a rectilinear transverse dune. We derive an explicit criterion for the stability onset of rectilinear transverse dunes and provide analytical predictions concerning the long-term dynamics of the crest line and its subsequent fragmentation into barchan dunes. The developed model further allows for providing analytical solutions for barchan dunes.

In Sec. II, we set out the theoretical framework of our model. In Sec. III, we investigate the linear stability analysis of rectilinear transverse dunes, whereas, in Sec. IV, we provide analytical solutions for barchan dunes. Section V presents the model predictions concerning long-term dynamics of transverse dunes. Finally, a conclusion is given in Sec. VI.

II. MODEL

Numerical models [4–7] are generally based on the resolution of the flow over the bedform to provide the local basal shear stress. The flux in sediment is then deduced via the implementation of a transport law linking the mass transport rate to the local basal shear stress, and the bedform evolution can be computed using the mass conservation equation. Due to flow separation, the downwind slope is a region with no flow and captures the sand transported from the upwind slope. The angle of the downwind slope is limited by a threshold value above which avalanches occur and transport sediment along the steepest slope. A crucial feature of the modeling of the 3D bedform is the partition of the mass flux between the longitudinal and the lateral directions. In aeolian transport, the saltation mode (i.e., ballistic motion of the highly energetic grains through successive jumps) mainly contributes to the longitudinal transport, whereas, the reptation mode (stochastic motion of the grains ejected from the bed via the collision of the saltation grains with the bed during the splash process) participate in the lateral transport [5].

Our model is based on several simplifications in comparison with these numerical models. The first simplification is to disregard the complex flow over a bedform and to assume a simple triangular geometry for the bedform cross section (see Fig. 1). The angles of the upwind and downwind slopes (i.e., θ and ϕ , respectively) are set to typical values of aeolian dunes: $\theta = 7^\circ$ and $\phi = 26^\circ$ [8]. A dune cross section is then uniquely determined by the streamwise position x and height h of its summit. A transverse dune can be, thus, simply described in terms of only two continuum variables $x(y,t)$ and $h(y,t)$, where y represents the lateral location of the cross section and t represents the time.

The second simplification concerns the description of the sediment transport. The longitudinal transport is characterized by two features: (i) the incoming sand flux f_{in} , that feeds the dune, and (ii) the sand flux q at the dune crest, which is primarily fixed by the flow strength. Both fluxes are prescribed by the upwind boundary conditions. The sand advected up to the crest is ultimately captured by the slip face with an

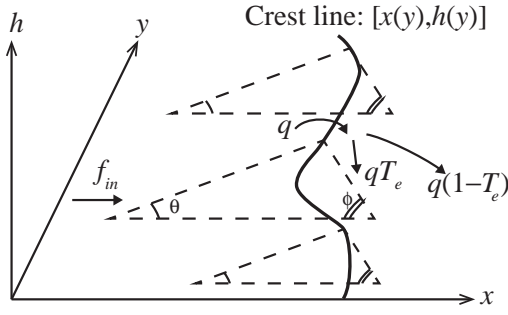


FIG. 1. Schematic of the crest line model. Upwind and downwind slope angles are θ and ϕ . Dune crest coordinates are (x, h) . The incoming flux of sediment is f_{in} , the sand flux at the crest is q , and the sand trapping efficiency of the slip face is T_e .

efficiency rate T_e [9]. In most numerical models [4–7], the efficiency rate is taken to be 1 considering a fully efficient capture by the slip face. However, as shown in Ref. [9], for a given flow strength, the capture rate is an increasing function of the dune height h . At this stage, we will consider, for the sake of generality, that T_e is an arbitrary function of h .

The modeling of the sediment transport should be complemented by the lateral transport. The latter is characterized by lateral mass fluxes on the upwind and downwind slopes, denoted by J_u and J_d , respectively. Following Niiya *et al.* [10], we will assume that lateral fluxes are governed by the transverse gradients of the upwind and downwind dune faces. Integrated over each dune face, we obtain the following expressions for J_u and J_d :

$$J_u = D_u \left(-\frac{B}{A} h \frac{\partial h}{\partial y} + h \frac{\partial x}{\partial y} \right), \quad (1)$$

$$J_d = D_d \left(-\frac{C}{A} h \frac{\partial h}{\partial y} - h \frac{\partial x}{\partial y} \right), \quad (2)$$

where A , B , and C are geometrical constants [$A = \tan \theta \tan \phi / (\tan \theta + \tan \phi) = 0.1$, $B = \tan \phi / (\tan \theta + \tan \phi) = 0.8$, and $C = \tan \theta / (\tan \theta + \tan \phi) = 0.2$]. D_u and D_d are constant coefficients characterizing the intensity of the lateral diffusion on the upwind and downwind slopes, respectively.

Within this framework, the temporal evolution of the dune crest is simply obtained from mass balance and is given by

$$h \frac{\partial x}{\partial t} = q(BT_e + C) - Cf_{in} - B \frac{\partial J_d}{\partial y} + C \frac{\partial J_u}{\partial y}, \quad (3)$$

$$h \frac{\partial h}{\partial t} = A \left[f_{in} - (1 - T_e)q - \frac{\partial J_d}{\partial y} - \frac{\partial J_u}{\partial y} \right]. \quad (4)$$

The system of Eqs. (3) and (4) combined with Eqs. (1) and (2) completely describes the dune dynamics.

III. LINEAR STABILITY OF RECTILINEAR TRANSVERSE DUNES

The model equations have a simple time-invariant solution corresponding to a rectilinear transverse dune that drifts at a constant velocity: $x \equiv x_0 = V_0 t$ with $V_0 = qT_e(h_0)/h_0$. The height h_0 of the dune is fixed by the incoming flux: $f_{in} = [1 - T_e(h_0)]q$. Note that, in the situation where $f_{in} = 0$, there

exists a stationary solution only if $T_e = 1$. In that case, the dune can be of arbitrary height.

To investigate the stability of the dune against transverse perturbations, we perform a linear stability analysis. We assume sinusoidal perturbations of the form

$$x(y, t) = x_0(t) + x_1 e^{iky + \omega t}, \quad (5)$$

$$h(y, t) = h_0 + h_1 e^{iky + \omega t}, \quad (6)$$

where k and ω , respectively, are the wave number and the growth rate of the perturbation. Plugging Eqs. (5) and (6) into Eqs. (3) and (4) and retaining only the linear terms in x_1 and h_1 , we get the most unstable mode ω_+ ,

$$\begin{aligned} 2h_0^2 \omega_+ = & Aq \delta T_e - D_u(1 + \rho)h_0^2 k^2 + [A^2 q^2 \delta^2 T_e^2 \\ & + 2AqT_e D_u(\rho - 1)(2 - \delta)h_0^2 k^2 \\ & + D_u^2(1 - \rho)^2 h_0^4 k^4]^{1/2}. \end{aligned} \quad (7)$$

Note that we introduced two dimensionless parameters,

$$\delta = h_0 \frac{T'_e(h_0)}{T_e(h_0)}, \quad (8)$$

$$\rho = \frac{D_d}{D_u}, \quad (9)$$

where the prime in Eq. (8) stands for the derivation with respect to h . δ quantifies the variation in the trapping efficiency with the dune height, whereas, ρ quantifies the relative magnitude of the lateral diffusion on the downwind slope with that on the upwind face.

The values of these parameters are found to be crucial for the dune stability. A positive δ acts as a destabilizing effect on the system. In particular, a homogeneous deformation (i.e., $k = 0$) is intrinsically unstable for $\delta > 0$ ($\omega_+ \propto qT_e \delta > 0$). A slight uniform increase (respectively, decrease) in the dune height will be, thus, amplified as more and more sand will be captured by the slip face (respectively, less and less). Conversely, a negative δ has a stabilizing effect. The differential lateral transport on upwind and downwind slopes is a key mechanism for the dune stability. Whereas, lateral transport on the upwind slope always plays a stabilizing role, lateral transport on the downwind slope will amplify crest line perturbations. If we imagine that a slice of the dune is in advance with respect to the rest of the dune, lateral downwind transport will cause the volume of the slice to decrease, resulting in an increase in the slice migration speed and, thus, reinforcing the perturbation.

A quantitative analysis of the dispersion relation Eq. (7) allows for determining the domain stability of the transverse dune in the parameter space (δ, ρ) (see Fig. 2). (i) For $\delta > 0$, there always exists a band of unstable modes k between 0 and a cutoff value k_c , causing a rectilinear transverse dune to be unstable for any value of ρ [see Fig. 3(a)]. It reflects the destabilizing effect of an increasing with height capture rate. (ii) In contrast, for $\delta \leq 0$, a band of unstable modes appears only if downwind lateral diffusion prevails over upwind lateral diffusion [or, more precisely, if ρ is greater than a critical value given by $\rho_c = 1 - \delta$; see Fig. 3(b)]. Consequently, a rectilinear dune will be stable if $\rho < \rho_c$ and will be unstable otherwise. The stabilizing effect of the capture rate is overcome by the destabilizing effect of lateral transport in the slip face.

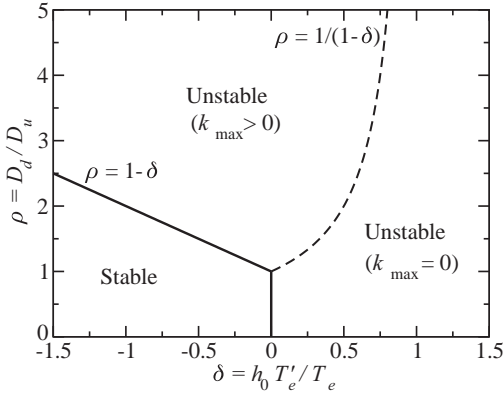


FIG. 2. Stability diagram of a rectilinear transverse dune in the parameter space (δ, ρ) . In the case where $\delta > 0$, rectilinear transverse dunes are always unstable. Conversely, in the case where $\delta \leq 0$, rectilinear transverse dunes are stable only if $\rho \leq 1 - \delta$. The dashed line delimits the unstable regimes where the most unstable mode k_{\max} is finite from the regimes where the latter is reduced to zero.

Interestingly, the most unstable mode k_{\max} either is reduced to zero [for $\delta > 0$ and $\rho < 1/(1 - \delta)$] or is finite otherwise (see Fig. 2). We, thus, expect two different scenarios for the dune crest dynamics: If $k_{\max} = 0$, we expect the dune height to uniformly increase or decrease at a much faster rate than the unstable modes with a finite wave number, whereas, if $k_{\max} > 0$, the crest is expected to develop a wavy shape with

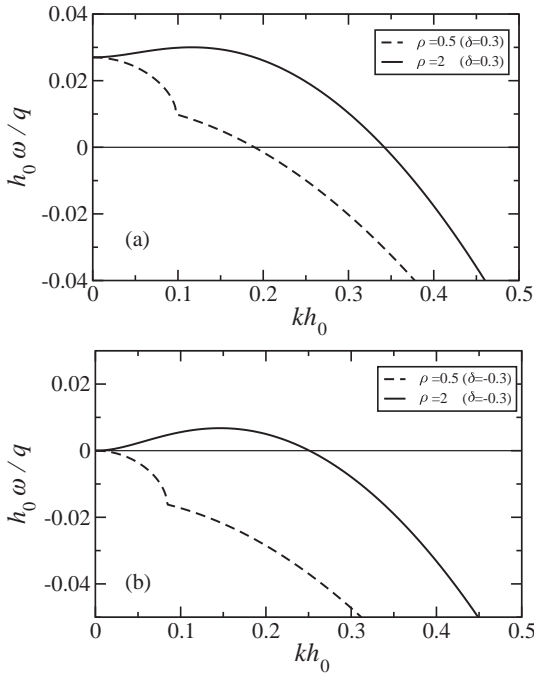


FIG. 3. Growth rate ω versus k for various values of δ and ρ : (a) $\delta = 0.3$ and $\rho = 0.5, 2$; (b) $\delta = 0$ and $\rho = 0.5, 2$. We set $q/D_u = 0.5$ and $T_e = 0.9$. For $\delta = 0.3$, there is a band of unstable wave numbers whatever the value ρ . For $\delta = 0$, a band of unstable modes appear for $\rho > 1 - \delta = 1$.

a definite wavelength $\lambda_{\max} = 2\pi/k_{\max}$ within a characteristic time $\tau_{\max} = \omega_+^{-1}(k_{\max})$ given by

$$\lambda_{\max} = 2\pi h_0 \sqrt{\frac{D_u}{AqT_e} \frac{\rho(\rho-1)}{(1+\rho)\sqrt{\rho}\sqrt{1-\delta}-\rho(2-\delta)}}, \quad (10)$$

$$\tau_{\max} = \frac{h_0^2}{AqT_e} \frac{\rho-1}{(\sqrt{\rho}-\sqrt{1-\delta})^2}. \quad (11)$$

These results on the transverse dune stability are extremely general and are consistent with the predictions of previous theoretical models and numerical simulations obtained in more restricted configurations. The simulation of Parteli *et al.* [4] and the analytical model of Melo *et al.* [11], based both on a fully efficient sand capture at the slip face (i.e., with $T_e = 1$ and $\delta = 0$) and on a lateral transport dominated by the avalanches in the downwind slope (i.e., with $\rho \gg 1$), predict that a transverse dune is intrinsically unstable as expected from our stability analysis. The new finding of our study is that there exists a region in the parameter space of our model where a straight transverse dune is expected to be stable.

The next important issue is to determine the range of possible values for the model parameters T_e , D_u , and D_d in real physical situations. As shown by Momiji and Warren [9], the efficiency of the capture rate T_e for aeolian dunes is an increasing function of the dune height ($\delta > 0$) given the flow strength. Situations where the capture rate would decrease with increasing height ($\delta > 0$) are unlikely to occur for aeolian dunes. It is, however, not excluded that, in other contexts, such as for subaqueous dunes, the interaction of the bedform with the free surface of the flow may alter the sand capture process at the slip face leading to a negative δ . The capture becomes fully efficient (i.e., $T_e = 1$) for dunes with large enough slip face. Following these arguments, the simplest law for T_e can be written as

$$T_e = \begin{cases} h/h_c, & \text{if } h \leq h_c, \\ 1, & \text{if } h > h_c, \end{cases} \quad (12)$$

where h_c is the critical dune height above which $T_e = 1$. From Eq. (12), the parameter δ is easily calculated. For large dunes (i.e., larger than h_c), $\delta = 0$, whereas, for small dunes (i.e., smaller than h_c), $\delta = 1$. (Had we taken a nonlinear law for T_e , δ would have been different from 1 for small dunes but still positive and finite). From the stability diagram (see Fig. 2), we, thus, conclude that small dunes are unstable whatever the value of ρ . In contrast, large dunes are expected to be unstable only if ρ is greater than 1, or in other words, if the transverse transport is greater on the downwind slope than on the upwind slope. This is one of the important predictions of our analysis.

It appears, therefore, crucial for large dunes to determine in which situations downwind lateral transport prevails over upwind lateral transport. It is a difficult task since lateral transport is driven by many intricate phenomena (avalanches in the downwind slope, wind deflection, saltation, and gravity in the upwind slope). Most transverse sand dunes formed under unidirectional flows (either in air or in water [3,12]) exhibit sinuous or irregular crest lines, indicating that upstream lateral transport is weaker than downstream lateral transport and is unable to stabilize the crest line. However, one cannot exclude that there might exist flow configurations (not yet explored) for which straight transverse dunes are stable. A wide variety

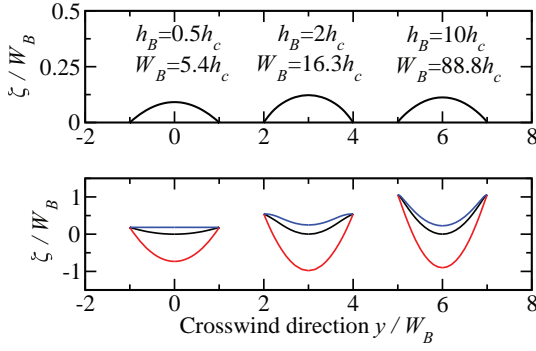


FIG. 4. (Color online) Height profile $\zeta(x)$ and crest line profile $\xi(y)$ for barchan dunes of various heights h_B rescaled by the barchan half-width W_B . Model parameters: $\rho = 2$ and $q = D_u$.

of processes could enhance the upstream lateral transport, such as flow vortices, or fluctuations in the flow strength but are unfortunately poorly documented [12]. It would be, thus, interesting to conduct, for example, rescaled water tank experiments within flow conditions that would favor upstream lateral transport to check our predictions.

IV. BARCHAN DUNES

Our model can also provide solutions corresponding to crescentic barchan dunes as a time-invariant solution drifting with a constant speed under a uniformly distributed incoming flux f_{in} : $x(y, t) = V_B t + \xi(y)$ and $h(y, t) = \zeta(y)$. Assuming that the capture rate $T_e(h)$ obeys Eq. (12), the height and position profile can be obtained via a numerical resolution of the model equations for a steadily migrating state and a uniformly distributed incoming flux f_{in} (see Fig. 4).

In the limit case where the barchan dune height h_B is much greater than h_c , analytical predictions can be derived. We find, in particular, that the migration speed is inversely proportional to the dune height,

$$V_B = \frac{3q}{2h_B}, \quad (13)$$

and that the dunes have parabolic profiles given by

$$\xi(y) = \kappa_\xi y^2, \quad (14)$$

$$\zeta(y) = h_B - \kappa_\zeta y^2, \quad (15)$$

with

$$\kappa_\xi = \frac{q(B + C\rho)}{4D_d h_B}, \quad (16)$$

$$\kappa_\zeta = \frac{Aq(\rho - 1)}{4D_d h_B}. \quad (17)$$

Equation (17) tells us that the barchan half-width $W_B (\equiv \sqrt{h_B/\kappa_\zeta})$ scales linearly with its height h_B ,

$$W_B = \sqrt{\frac{4D_d}{Aq(\rho - 1)}} h_B. \quad (18)$$

Several remarks follow. First, the parabolic profiles as well as the scalings found for the migration speed and the barchan

width are in agreement with field observations [8, 13]. Second, large barchan dunes exist only if $\rho > 1$, that is, in the parameter space where large transverse dunes are unstable against lateral fluctuations. Third, the analytical expressions of the curvatures κ_ζ and κ_ξ can be utilized to infer, from geometrical properties of real barchan dunes, an estimation of the diffusion coefficient D_d and D_u . Exploiting the topographic measurements on barchan dunes reported by Sauermann *et al.* [8], we get $D_d \approx 250$ and $D_u \approx 100 \text{ m}^2/\text{yr}$ such that $\rho \approx 2.5$ (see the Appendix).

Another interesting feature is the outgoing flux f_{out} escaping from the barchan dune. In an equilibrium regime (i.e., stationary), we simply have $\langle f_{out} \rangle = f_{in}$ where $\langle \rangle$ means the average over the lateral extent of a barchan. The latter can be derived analytically for large barchan dunes ($h_B \gtrsim h_c$),

$$\langle f_{out} \rangle \approx q\sqrt{\rho/6(\rho - 1)}(W_c/2W_B) \quad \text{for } W_B \gtrsim W_c, \quad (19)$$

where W_B is the half-width of the barchan dune. W_c corresponds to the half-width of the barchan dune of height h_c ($W_c = \sqrt{6D_u/Aq}h_c$). The outgoing flux is a decreasing function of the barchan width in agreement with the field observation [2]. As a consequence, barchan dunes are intrinsically unstable against variations in their widths.

V. LONG-TERM DYNAMICS OF TRANSVERSE DUNES

Long-term dynamics of the transverse dune can be investigated through the numerical integration of the model equations. For the numerical investigations, we assume that $T_e(h)$ is given by Eq. (12). As expected from the linear stability analysis, different scenarios occur according to the initial height h_0 of the transverse dune.

For small transverse dunes (i.e., $h_0 < h_c$), we observe, depending on the initial perturbation, either an increase or a decrease in the average dune height, which ultimately leads either to a giant transverse dune or to a complete disappearance of the latter. This scenario is in agreement with the prediction of the linear stability analysis since, for small dunes, $k_{max} = 0$.

Larger transverse dunes (i.e., $h_0 > h_c$) become unstable only if $\rho > 1$. In this case, they develop a wavy crest line with a finite wavelength corresponding to the linearly most unstable mode k_{max} . The line crest undulation is accompanied by an antiphase modulation in the dune height (in the crosswind direction) whose amplitude increases exponentially in the course of time as predicted by the linear analysis. Then comes a time when the lower parts of the crest line approach the ground ultimately leading the transverse dune to fragment into a multitude of individual barchan dunes (see Fig. 5). The initial width of the emerging barchan dunes is governed by the most unstable wavelength λ_{max} ($\lambda_{max} \approx 18h_0\sqrt{D_u/Aq}$ for $\rho = 2$ and $\delta = 0$), and the characteristic time for barchans to emerge scales as τ_{max} , the inverse of the growth rate of the most dangerous mode ($\tau_{max} \approx 6h_0^2/Aq$ for $\rho = 2$ and $\delta = 0$). The further evolution is characterized by the decrease in the barchan width in the course of time until complete disappearance because barchan solutions are intrinsically unstable. This scenario corresponds to that described experimentally by Reffet *et al.* [3] and was confirmed later by Parteli *et al.* [4] through numerical simulations.

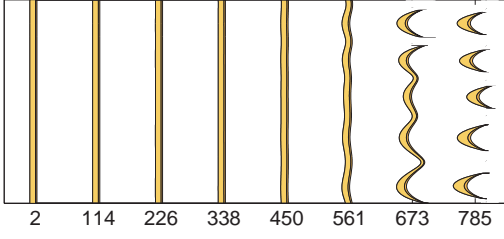


FIG. 5. (Color online) Temporal evolution of a rectilinear transverse dune with an initial height $h_0 > h_c$, ultimately leading to barchan dunes. The lateral extent of the transverse dune is $L = 5\lambda_{\max}$, and the crest line position is initially perturbed with a random signal whose amplitude x_1 is such that $|x_1| < 0.01h_0$. Model parameters: $\rho = 2$, $q = D_u = 1$, and $h_0 = 5h_c$.

VI. CONCLUSION

The crest line model is a simple alternative model to investigate the dynamics of sand dunes migrating on a bedrock under unidirectional flow. It provides a unique framework to derive analytical solutions for barchan dunes and a stability criterion for rectilinear transverse dunes. In particular, we predict the wavelength driving the destabilization process of a rectilinear transverse dune into barchan dunes. This prediction could be tested, for example, through rescaled laboratory experiments. Further interesting issues could be tackled within this model, such as the long-term dynamics of a transverse dune under time-dependent boundary conditions or the spatiotemporal evolution of a train of transverse dunes. In the future, it would also be worthwhile to extend the model to more complex wind regimes with various wind directions.

ACKNOWLEDGMENTS

L.G. acknowledges support from the French Ministry of Defense (DGA) and the regional council of Brittany. H.N. acknowledges support from the Japan Ministry of Education, Science and Culture (Grant No. 22540391) and the Global COE Program “Formation and Development of Mathematical Sciences Based on Modeling and Analysis.”

APPENDIX: CALCULATION OF THE LATERAL DIFFUSION COEFFICIENTS FROM GEOMORPHOLOGICAL DATA

Here, we detail how we can infer the values of the lateral diffusion coefficients D_u and D_d introduced in our model from the geometrical parameters of a barchan dune. As illustrated in Fig. 6, several morphological parameters can be extracted from field measurements, such as the dune height h_B , the half-width W_B , the length of the upwind face L_0 , the length of the slip face L_s , and the length of the barchan horns L_c .

We recall that our model predicts that large barchan dunes (i.e., $h_B \gg h_c$) have parabolic profiles given by

$$\xi(y) = \kappa_\xi y^2, \quad (A1)$$

$$\zeta(y) = h_B - \kappa_\zeta y^2, \quad (A2)$$

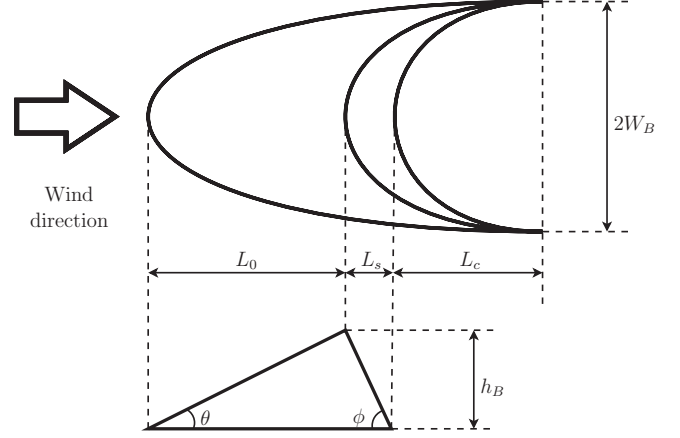


FIG. 6. Sketch of an ideal symmetrical barchan dune.

with

$$\kappa_\xi = \frac{q(BD_u + CD_d)}{4D_d D_u h_B}, \quad (A3)$$

$$\kappa_\zeta = \frac{Aq(D_d - D_u)}{4D_d D_u h_B}. \quad (A4)$$

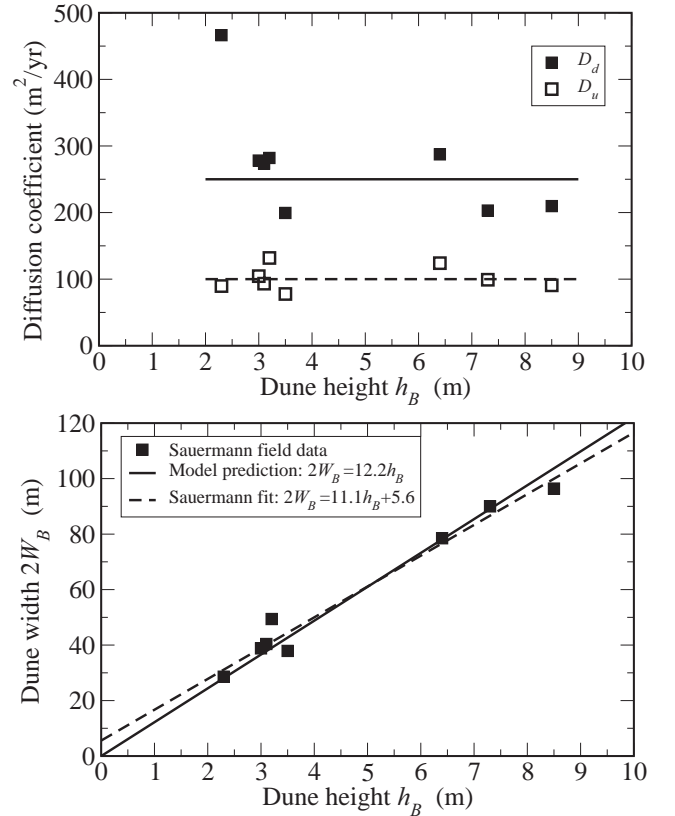


FIG. 7. (a) Diffusion coefficients D_u and D_d (on the upwind and downwind sides, respectively, of the dune) deduced from the field data reported in Ref. [8]: The solid and dashed lines represent the average values for D_d and D_u , respectively. (b) Dune width $2W_B$ versus the dune height h_B : comparison between symbols: the field data from Sauermann *et al.* [8] and solid line: the model prediction with $D_u = 100$, $D_d = 250$, and $q = 192 \text{ m}^2/\text{yr}$.

Using Eqs. (A3) and (A4), we can derive an expression for D_u and D_d as a function of κ_ξ and κ_ζ and the geometrical parameters A , B , and C ,

$$D_u = \frac{Aq}{4h_B} \frac{1}{A\kappa_\xi + B\kappa_\zeta}, \quad D_d = \frac{Aq}{4h_B} \frac{1}{A\kappa_\xi - C\kappa_\zeta}. \quad (\text{A5})$$

The curvatures of κ_ξ and κ_ζ can simply be expressed as a function of the geomorphological parameters defined in Fig. 6,

$$\kappa_\xi = \frac{L_c + L_s}{W_B^2}, \quad \kappa_\zeta = \frac{h_B}{W_B^2}, \quad (\text{A6})$$

as well as the geometrical parameters A , B , and C ,

$$A = \frac{h_B}{L_0 + L_s}, \quad B = \frac{L_0}{L_0 + L_s}, \quad C = \frac{L_s}{L_0 + L_s}. \quad (\text{A7})$$

Finally, plugging Eqs. (A6) and (A7) into Eqs. (A5) and taking advantage of the fact that $V_B = 3q/2h_B$ [cf. Eq. (18)],

we get

$$D_u = \frac{V_B}{6} \frac{W_B^2}{L_c + L_0 + L_s}, \quad D_d = \frac{V_B}{6} \frac{W_B^2}{L_c}. \quad (\text{A8})$$

Equations (A8) provide an expression of the diffusion coefficients D_u and D_d as a function of the geomorphological parameters of the barchan dune and its migration speed, which can easily be extracted from field measurements.

Using the field data of Sauermann *et al.* in Morocco [8], we can calculate the corresponding values of the diffusion coefficients for each barchan of the dune site [see Fig. 7(a)]. The diffusion coefficients D_u and D_d are found to be independent of the dune height (except for the smallest dune, which exhibits an abnormally high diffusion coefficient D_d) and are on the order of $D_u \approx 100$ and $D_d \approx 250$ m²/yr, respectively. We can also estimate the sand flux q using the migration dune speed obtained from field measurements together with Eq. (13): $q = 192$ m²/yr. Taking the above values for D_d , D_u , and q , from Eq. (18), we get a correlation between the dune width and its height ($2W_B = 12.2h_B$), which agrees well with the field data [see Fig. 7(b)].

-
- [1] K. Kroy, G. Sauermann, and H. J. Herrmann, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 054301 (2002); *Phys. Rev. E* **66**, 031302 (2002).
 - [2] B. Andreotti, P. Claudin, and S. Douady, *Eur. Phys. J. B* **28**, 321 (2002); **28**, 341 (2002).
 - [3] E. Reffet, S. Courrech du Pont, P. Hersen, and S. Douady, *Geology* **38**, 491 (2010).
 - [4] E. J. R. Parteli, J. S. Andrade, and H. J. Herrmann, *Phys. Rev. Lett.* **107**, 188001 (2011).
 - [5] P. Hersen, *Eur. Phys. J. B* **37**, 507 (2004).
 - [6] O. Durán, V. Schwämmle, and H. J. Herrmann, *Phys. Rev. E* **72**, 021308 (2005).
 - [7] G. Sauermann, K. Kroy, and H. J. Herrmann, *Phys. Rev. E* **64**, 031305 (2001).
 - [8] G. Sauermann, P. Rognon, A. Poliakov, and H. J. Herrmann, *Geomorphology* **36**, 47 (2000).
 - [9] H. Momiji and A. Warren, *Earth Surf. Proc. Land.* **25**, 1069 (2000).
 - [10] H. Niiya, A. Awazu, and H. Nishimori, *J. Phys. Soc. Jpn* **79**, 063002 (2010); *Phys. Rev. Lett.* **108**, 158001 (2012).
 - [11] H. P. M. Melo, E. J. R. Parteli, J. S. Andrade, and H. J. Herrmann, *Physica A* **391**, 4606 (2012).
 - [12] D. M. Rubin, *Earth-Sci. Rev.* **113**, 176 (2012).
 - [13] H. J. Finkel, *J. Geol.* **67**, 614 (1959).

Bibliographie

Athol D ABRAHAM : Bed-load transport equation for sheet flow. *Journal of Hydraulic Engineering*, 129(2):159–163, 2003.

Robert S. ANDERSON : The pattern of grainfall deposition in the lee of aeolian dunes. *Sedimentology*, 35(2):175–188, 1988. ISSN 1365-3091. URL <http://dx.doi.org/10.1111/j.1365-3091.1988.tb00943.x>.

Bruno ANDREOTTI, Philippe CLAUDIN et Stéphane DOUADY : Selection of dune shapes and velocities part 1 : Dynamics of sand, wind and barchans. *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems*, 28(3):321–339, 2002a.

Bruno ANDREOTTI, Philippe CLAUDIN et Stéphane DOUADY : Selection of dune shapes and velocities part 2 : A two-dimensional modelling. *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems*, 28(3):341–352, 2002b.

Bruno ANDREOTTI, Philippe CLAUDIN et Olivier POULIQUEN : Aeolian sand ripples : Experimental study of fully developed states. *Phys. Rev. Lett.*, 96:028001, Jan 2006. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.96.028001>.

Bruno ANDREOTTI, Philippe CLAUDIN et Olivier POULIQUEN : Measurements of the aeolian sand transport saturation length. *Geomorphology*, 123:343–348, 2010.

Ralph Alger BAGNOLD : *The physics of wind blown sand and desert dunes*, volume 265. Methuen, London, 1941.

Ralph Alger BAGNOLD : The flow of cohesionless grains in fluids. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, pages 235–297, 1956.

Ralph Alger BAGNOLD : The nature of saltation and of 'bed-load' transport in water. *Proceedings of the Royal Society of London A.*, 332:473–504, 1973.

- N. L. BANKS et J. D. COLLINSON : The size and shape of small-scale current ripples : an experimental study using medium sand. *Sedimentology*, 22(4):583–599, 1975. ISSN 1365-3091. URL <http://dx.doi.org/10.1111/j.1365-3091.1975.tb00247.x>.
- Donald BELCHER, Joseph VEVERKA et Carl SAGAN : Mariner photography of Mars and aerial photography of Earth : Some analogies. *Icarus*, 15(2):241 – 252, 1971. ISSN 0019-1035. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0019103571900789>.
- S.J. BENNETT et J.L. BEST : Mean flow and turbulence structure over fixed two-dimensional dunes : implications for sediment transport and bedform stability. *Sedimentology*, 42:491–513, 1995.
- Diego BERZI et Luigi FRACCAROLLO : Inclined, collisional sediment transport. *Physics of Fluids (1994-present)*, 25(10):–, 2013. URL <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/pof2/25/10/10.1063/1.4823857>.
- J. BEST : The fluid dynamics of river dunes : A review and some future research directions. *Journal of Geophysical Research*, 110:F04S02, doi :10.1029/2004JF000218, 2005.
- A. BETAT, V. FRETTE et I. REHBERG : Sand ripples induced by water shear flow in an annular channel. *Physical Review Letters*, 83:88–91, 1999.
- G. M. BOUBIN, E. G. REFFET, J. LUNINE, J. RADEBAUGH, R. M. LOPES et CASSINI RADAR TEAM : Mapping and Characterization of “Cat Scratches” on Titan. In *AAS/Division for Planetary Sciences Meeting Abstracts #37*, volume 37 de *Bulletin of the American Astronomical Society*, page 723, août 2005.
- Mary C. BOURKE : Barchan dune asymmetry : Observations from Mars and Earth. *Icarus*, 205(1):183 – 197, 2010. ISSN 0019-1035. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0019103509003819>. MRO/HiRISE Studies of Mars.
- Mary C. BOURKE et Andrew S. GOUDIE : Varieties of barchan form in the Namib Desert and on Mars . *Aeolian Research*, 1(1–2):45 – 54, 2009. ISSN 1875-9637. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1875963709000123>.
- M.C. BOURKE, K.S. EDGETT et B.A. CANTOR : Recent aeolian dune change on Mars . *Geomorphology*, 94(1–2):247 – 255, 2008. ISSN 0169-555X. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0169555X07002644>.

- Jennifer R. BURKINSHAW, Werner K. ILLENBERGER et Izak C. RUST : Wind-speed profiles over a reversing transverse dune. *Geological Society, London, Special Publications*, 72(1):25–36, 1993. URL <http://sp.lyellcollection.org/content/72/1/25.abstract>.
- Justin BUTLER, Stuart LANE, Jim CHANDLER et Ekaterini PORFIRI : Through-water close range digital photogrammetry in flume and field environments. *The Photogrammetric Record*, 17(99):419–439, 2002. ISSN 1477-9730. URL <http://dx.doi.org/10.1111/0031-868X.00196>.
- P. A. CARLING, K. RICHARDSON et H. IKEDA : A flume experiment on the development of subaqueous fine-gravel dunes from a lower-stage plane bed. *Journal of Geophysical Research : Earth Surface*, 110(F4), 2005. ISSN 2156-2202. URL <http://dx.doi.org/10.1029/2004JF000205>.
- Pierre W. CAZENAVE, Justin K. DIX, David O. LAMBKIN et Lisa C. MCNEILL : A method for semi-automated objective quantification of linear bedforms from multi-scale digital elevation models. *Earth Surface Processes and Landforms*, 38(3):221–236, 2013. ISSN 1096-9837. URL <http://dx.doi.org/10.1002/esp.3269>.
- François CHARRU : Selection of the ripple length on a granular bed sheared by a liquid flow. *Physics of Fluids*, 18:121508, 2006.
- François CHARRU, Hélène MOUILLERON et Olivier EIFF : Erosion and deposition of particles on a bed sheared by a viscous flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 519:55–80, 2004.
- François CHARRU, Bruno ANDREOTTI et Philippe CLAUDIN : Sand ripples and dunes. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 45(1):469–493, 2013. URL <http://dx.doi.org/10.1146/annurev-fluid-011212-140806>.
- François CHARRU et Hélène MOUILLERON-ARNOULD : Instability of a bed of particles sheared by a viscous flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 452:303–323, 2 2002. ISSN 1469-7645. URL http://journals.cambridge.org/article_S0022112001006747.
- Philip E. CIDDOR : Refractive index of air : new equations for the visible and near infrared. *Appl. Opt.*, 35(9):1566–1573, Mar 1996. URL <http://ao.osa.org/abstract.cfm?URI=ao-35-9-1566>.

- Philippe CLAUDIN, François CHARRU et Bruno ANDREOTTI : Transport relaxation time and length scales in turbulent suspensions. *Journal of Fluid Mechanics*, 671:491–506, 2011. URL <http://dx.doi.org/10.1017/S0022112010005823>.
- M. COLOMBINI et A. STOCCHINO : Ripple and dune formation in rivers. *Journal of Fluid Mechanics*, 673:121–131, 2011.
- Warren R. COSTELLO et John B. SOUTHARD : Flume experiments on lower-flow-regime bed forms in coarse sand. *Journal of Sedimentary Research*, 51(3), 1981.
- A. COURSIN : Observations et expériences faites en avril et mai 1956 sur les barkhanes du Souhel el Abiodh (région est de Port-Étienne). *Bulletin de l'I.F.A.N.*, XXVI, sér. A, n°3:989–1022, 1964.
- Z. CSAHÓK, C. MISBAH, F. RIOUAL et A. VALANCE : Dynamics of aeolian sand ripples. *The European Physical Journal E*, 3(1):71–86, 2000. ISSN 1292-8941. URL <http://dx.doi.org/10.1007/s101890070043>.
- Masahiko DAIMON et Akira MASUMURA : Measurement of the refractive index of distilled water from the near-infrared region to the ultraviolet region. *Appl. Opt.*, 46(18):3811–3820, Jun 2007. URL <http://ao.osa.org/abstract.cfm?URI=ao-46-18-3811>.
- J. J. DANIELL et M. HUGHES : The morphology of barchan-shaped sand banks from western Torres Strait, northern Australia. *Sedimentary Geology*, 202:638–652, 2007.
- D. DOPPLER : *Stabilité et dynamique de pentes granulaires sous-marines*. Thèse de doctorat, Université Paris Sud XI, 2005.
- W.U. DORN et F. WERNER : The contour-current flow along the southern Iceland—Faeroe Ridge as documented by its bedforms and asymmetrical channel fillings. *Sedimentary Geology*, 82(1–4):47 – 59, 1993. ISSN 0037-0738. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/003707389390112I>.
- Julie DRÉANO, Cyril CASSAR, Alexandre VALANCE et Dimitri LAGUE : Experimental study of deposit morphology and sediment transport in a flume. *Proceedings Marine and River Dune Dynamics, 1 April 2008*, (Eds D. R. Parsons, T. Garlan and J. L. Best), University of Leeds, pages 97–102, 2008.
- Julie DRÉANO : *Dynamique et morphologie de dépôts sédimentaires en chenal expérimental*. Thèse de doctorat, Université Européenne de Bretagne, 2009.

- Orencio DURÁN et Hans J. HERRMANN : Vegetation against dune mobility. *Phys. Rev. Lett.*, 97:188001, Oct 2006. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.97.188001>.
- H.A. EINSTEIN : The bed load functions for sediments transport in open channel flows. *Tech. Bull. No1026, U.S. Dept of agriculture, Soil Conservation service*, page 71, 1950.
- Hicham ELBELRHITI : Initiation and early development of barchan dunes : A case study of the Moroccan Atlantic Sahara desert . *Geomorphology*, 138(1):181 – 188, 2012. ISSN 0169-555X. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0169555X11004697>.
- Hicham ELBELRHITI, Bruno ANDREOTTI et Philippe CLAUDIN : Barchan dune corridors : Field characterization and investigation of control parameters. *Journal of Geophysical Research : Earth Surface*, 113(F2), 2008. ISSN 2156-2202. URL <http://dx.doi.org/10.1029/2007JF000767>.
- F. ENGELUND : Instability of erodible beds. *Journal of Fluid Mechanics*, 42:225–244, 1970.
- F. ENGELUND et J. FREDSOE : Sediment ripples and dunes. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 14(1):13–37, 1982. URL <http://dx.doi.org/10.1146/annurev.fl.14.010182.000305>.
- H.J. FINKEL : The barchans of Southern Peru. *The Journal of Geology*, 67:614–647, 1959.
- Antoine FOURRIÈRE : *Morphodynamique des rivières*. Thèse de doctorat, ESPCI Paris, 2009.
- Antoine FOURRIÈRE, Philippe CLAUDIN et Bruno ANDREOTTI : Bedforms in a turbulent stream : formation of ripples by primary linear instability and of dunes by nonlinear pattern coarsening. *Journal of Fluid Mechanics*, 649:287–328, 2010.
- Jørgen FREDSE : On the development of dunes in erodible channels. *Journal of Fluid Mechanics*, 64(01):1–16, 1974.
- S. Parker Jr GAY : Observations regarding the movement of barchan sand dunes in the Nazca to Tanaca area of southern Peru. *Geomorphology*, 27:279–293, 1999.

- G. K. GILBERT et E. C. MURPHY : *The Transportation of Debris by Running Water*. U.S. Geol. Surv. Profess. Paper, 1914. 86, 263 pp.
- W.H. GRAF et M.S. ALTINAKAR : Hydraulique fluviale, tome 2 : Écoulement non permanent et phénomènes de transport, volume 16. *Traité de Génie Civil de l'Ecole polytechnique fédérale de Lausanne, presses polytechniques et universitaires romandes*, 1996.
- Lucie GUIGNIER : Étude expérimentale de la formation de dunes sous-marines. Mémoire de Master 2, Université Pierre et Marie Curie, Institut de Physique de Rennes, 2011.
- Lucie GUIGNIER, Hirofumi NIIYA, Hiraku NISHIMORI, Dimitri LAGUE et Alexandre VALANCE : Sand dunes as migrating strings. *Phys. Rev. E*, 87:052206, May 2013. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.87.052206>.
- Lucie GUIGNIER, Alexandre VALANCE et Dimitri LAGUE : Modèle minimal pour les dunes transverses. *Actes des XIIèmes journées nationales Génie côtier-Génie Civil*, 1:289–296, 2012.
- H.K. HA et S.K. CHOUGH : Intermittent turbulent events over sandy current ripples : a motion picture analysis of flume experiments. *Sedimentary Geology*, 161:295–308, 2003.
- P.K. HAFF et D.E. PRESTI : *Barchan dunes of the Salton Sea region, California*. in : Tchakerina, V.P. (Ed.), *Desert Aeolina Processes*, Chapman and Hall, London, pp.153-177, 1984.
- S. HASTENRATH : The barchans dunes of Southern Peru revisited. *Zeitschrift für Geomorphologie*, 31-2:167–178, 1987.
- S.L. HASTENRATH : The barchans of the Arequipa Region, Southern Peru. *Zeitschrift für Geomorphologie*, 11:300–331, 1967.
- S.L. HASTENRATH : *Exploring the World's Driest Climate*, chapitre Mapping and Surveying - Dune shape and multiannual displacement, pages 74–88. Inst. for Env. Studies, Univ. of Wisconsin-Madison, ies report 101 édition, 1978.
- Pascal HERSEN : *Morphogénèse et dynamique des barchanes*. Thèse de doctorat, Université de Paris VII, 2004a.
- Pascal HERSEN : On the crescentic shape of barchan dunes. *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems*, 37(4):507–514, 2004b.

Pascal HERSEN, Ken Haste ANDERSEN, Hicham ELBELRHITI, Bruno ANDREOTTI, Philippe CLAUDIN et Stéphane DOUADY : Corridors of barchan dunes : Stability and size selection. *Phys. Rev. E*, 69:011304, Jan 2004. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.69.011304>.

Pascal HERSEN, Stéphane DOUADY et Bruno ANDREOTTI : Relevant length scale of barchan dunes. *Physical Review Letters*, 89(26):264301–264301, 2002.

T. Duc HO, Pascal DUPONT, Ahmed OULD EL MOCTAR et Alexandre VALANCE : Particle velocity distribution in saltation transport. *Phys. Rev. E*, 85:052301, May 2012. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.85.052301>.

T. Duc HO, Alexandre VALANCE, Pascal DUPONT et Ahmed OULD EL MOCTAR : Aeolian sand transport : Length and height distributions of saltation trajectories. *Aeolian Research*, 12(0):65 – 74, 2014. ISSN 1875-9637. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1875963713000980>.

E. J. HOPFINGER, A. KURNIAWAN, W. H. GRAF et U. LEMMIN : Sediment erosion by görtler vortices : the scour-hole problem. *Journal of Fluid Mechanics*, 520:327–342, 12 2004. ISSN 1469-7645. URL http://journals.cambridge.org/article_S0022112004001636.

P. S. JACKSON et J. C. R. HUNT : Turbulent wind flow over a low hill. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 101(430):929–955, 1975. ISSN 1477-870X. URL <http://dx.doi.org/10.1002/qj.49710143015>.

James JENKINS, Eckart MEIBURG et Alexandre VALANCE : Particle-Laden Flows in nature, 2013.

James T. JENKINS et Daniel M. HANES : Collisional sheet flows of sediment driven by a turbulent fluid. *Journal of Fluid Mechanics*, 370:29–52, 1998.

Alan V JOPLING et Donald L FORBES : Flume study of silt transportation and deposition. *Geografiska Annaler. Series A. Physical Geography*, pages 67–85, 1979. URL <http://www.jstor.org/stable/520516>.

Stefka Nikolova KASAROVA, Nina Georgieva SULTANOVA, Christo Dimitrov IVANOV et Ivan Dechev NIKOLOV : Analysis of the dispersion of optical plastic materials. *Optical Materials*, 29(11):1481–1490, 2007.

- Atsunari KATSUKI, Hiraku NISHIMORI, Noritaka ENDO et Keisuke TANIGUCHI : Collision dynamics of two barchan dunes simulated using a simple model. *Journal of the Physical Society of Japan*, 74(2):538–541, 2005.
- Michael KAZHDAN et Hugues HOPPE : Screened Poisson Surface Reconstruction. *ACM Trans. Graph.*, 32(3):29 :1–29 :13, juillet 2013. ISSN 0730-0301. URL <http://doi.acm.org/10.1145/2487228.2487237>.
- John F. KENNEDY : The mechanics of dunes and antidunes in erodible-bed channels. *Journal of Fluid Mechanics*, 16(04):521–544, 1963. URL <http://dx.doi.org/10.1017/S0022112063000975>.
- Gary KOCUREK et Ryan C. EWING : Aeolian dune field self-organization – implications for the formation of simple versus complex dune-field patterns. *Geomorphology*, 72(1–4):94 – 105, 2005. ISSN 0169-555X. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0169555X05001674>.
- Klaus KROY, Gerd SAUERMANN et Hans J. HERRMANN : Minimal model for aeolian sand dunes. *Physical Review E*, 66(3):031302, 2002a.
- Klaus KROY, Gerd SAUERMANN et Hans J. HERRMANN : Minimal model for sand dunes. *Physical Review Letters*, 88(5):054301, 2002b.
- R. A. KUHNLE et D. G. WREN : Size of suspended sediment over dunes. *Journal of Geophysical Research : Earth Surface*, 114(F2), 2009. ISSN 2156-2202. URL <http://dx.doi.org/10.1029/2008JF001200>.
- Eric LAJEUNESSE, Luce MALVERTI et François CHARRU : Bed load transport in turbulent flow at the grain scale : Experiments and modeling. *Journal of Geophysical Research : Earth Surface*, 115(F4), 2010. ISSN 2156-2202. URL <http://dx.doi.org/10.1029/2009JF001628>.
- Nicholas LANCASTER : Star dunes. *Progress in Physical Geography*, 13(1):67–91, 1989. URL <http://ppg.sagepub.com/content/13/1/67.short>.
- Nicholas LANCASTER : Linear dunes on Titan. *Science*, 312(5774):702–703, 2006. URL <http://www.sciencemag.org/content/312/5774/702.short>.
- Vincent LANGLOIS : *Instabilité d'un lit granulaire cisailé par un écoulement fluide*. Thèse de doctorat, Université Rennes 1, 2005.

- Vincent LANGLOIS et Alexandre VALANCE : Initiation and evolution of current ripples on a flat sand bed under turbulent water flow. *The European Physical Journal E*, 22(3):201–208, 2007. ISSN 1292-8941. URL <http://dx.doi.org/10.1140/epje/e2007-00023-0>.
- K. LETTAU et H. LETTAU : Bulk transport of sand by the barchans of the Pampa de La Joya in Southern Peru. *Zeitschrift für Geomorphologie*, 13-2:182–195, 1969.
- Joseph T. LONG et Robert P. SHARP : Barchan-dune Movement in Imperial Valley, California. *Geological Society of America Bulletin*, 75(2):149–156, 1964. URL <http://gsabulletin.gsapubs.org/content/75/2/149.abstract>.
- Peter LONSDALE et F.N. SPIESS : Abyssal bedforms explored with a deeply towed instrument package. In Bruce C. HEEZEN, éditeur : *Influence of Abyssal Circulation on Sedimentary Accumulations in Space and Time*, volume 23 de *Developments in Sedimentology*, pages 57 – 75. Elsevier, 1977. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0070457108705508>.
- Kenneth David MANKOFF et Tess Alethea RUSSO : The Kinect : a low-cost, high-resolution, short-range 3d camera. *Earth Surface Processes and Landforms*, 38(9): 926–936, 2013. ISSN 1096-9837. URL <http://dx.doi.org/10.1002/esp.3332>.
- Václav MATOUŠEK et Jan KRUPÍČKA : On equivalent roughness of mobile bed at high shear stress. *Journal of Hydrology and Hydromechanics*, 53(3):191 – 199, 2009.
- S.R. MCLEAN : The stability of ripples and dunes. *Earth Science Reviews*, 29:131–144, 1990.
- Hygor P.M. MELO, Eric J.R. PARTELI, José S. Andrade JR. et Hans J. HERRMANN : Linear stability analysis of transverse dunes. *Physica A : Statistical Mechanics and its Applications*, 391(20):4606 – 4614, 2012. ISSN 0378-4371. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S037843711200413X>.
- E. MEYER-PETER et R. MÜLLER : Formula for the bedload transport. *Proceedings of the 3rd Meeting of the International Association of Hydraulic Research*, 18:39–64, 1948.
- Hiroshi MOMIJI et Andrew WARREN : Relations of sand trapping efficiency and migration speed of transverse dunes to wind velocity. *Earth Surface Processes and Landforms*, 25(10):1069–1084, 2000. ISSN 1096-9837. URL [http://dx.doi.org/10.1002/1096-9837\(200009\)25:10<1069::AID-ESP117>3.0.CO;2-D](http://dx.doi.org/10.1002/1096-9837(200009)25:10<1069::AID-ESP117>3.0.CO;2-D).

- Hélène MOUILLERON-ARNOULD : *Instabilités d'un lit granulaire cisailé par un fluide visqueux*. Thèse de doctorat, Université Paul Sabatier, Toulouse, 2002.
- Kevin R. MULLIGAN : Velocity profiles measured on the windward slope of a transverse dune. *Earth Surface Processes and Landforms*, 13(7):573–582, 1988. ISSN 1096-9837. URL <http://dx.doi.org/10.1002/esp.3290130703>.
- Clément NARTEAU, Eric LAJEUNESSE, Francois MÉTIVIER et Olivier ROZIER : Modelling of dune patterns by short range interactions. *River, Coastal and Estuarine Morphodynamics : London, Taylor & Francis Group*, pages 1035–1046, 2006.
- Clément NARTEAU, Deguo ZHANG, Olivier ROZIER et Philippe CLAUDIN : Setting the length and time scales of a cellular automaton dune model from the analysis of superimposed bed forms. *Journal of Geophysical Research : Earth Surface*, 114(F3):n/a–n/a, 2009. ISSN 2156-2202. URL <http://dx.doi.org/10.1029/2008JF001127>.
- Hirofumi NIIYA, Akinori AWAZU et Hiraku NISHIMORI : Three-dimensional dune skeleton model as a coupled dynamical system of two-dimensional cross sections. *Journal of the Physical Society of Japan*, 79(6):063002, 2010. URL <http://journals.jps.jp/doi/abs/10.1143/JPSJ.79.063002>.
- Hirofumi NIIYA, Akinori AWAZU et Hiraku NISHIMORI : Bifurcation analysis of the transition of dune shapes under a unidirectional wind. *Phys. Rev. Lett.*, 108:158001, Apr 2012. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.108.158001>.
- Hirofumi NIIYA, Akinori AWAZU et Hiraku NISHIMORI : Stability of transverse dunes against perturbations : A theoretical study using dune skeleton model. *Aeolian Research*, 9(0):63 – 68, 2013. ISSN 1875-9637. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1875963712000675>.
- Hiraku NISHIMORI et Noriyuki OUCHI : Formation of ripple patterns and dunes by wind-blown sand. *Phys. Rev. Lett.*, 71:197–200, Jul 1993. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.71.197>.
- F. NNADI et K. WILSON : Bed-load motion at high shear stress : Dune washout and plane-bed flow. *Journal of Hydraulic Engineering*, 121(3):267–273, 1995. URL [http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(1995\)121:3\(267\)](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(1995)121:3(267)).
- E.J.R. PARTELI, V. SCHWÄMMLE, H.J. HERRMANN, L.H.U. MONTEIRO et L.P. MAIA : Profile measurement and simulation of a transverse dune field in the lençois ma-

- ranhenses. *Geomorphology*, 81(1–2):29 – 42, 2006. ISSN 0169-555X. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0169555X06001073>.
- Eric J. R. PARTELI et Hans J. HERRMANN : Dune formation on the present Mars. *Phys. Rev. E*, 76:041307, Oct 2007. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.76.041307>.
- Eric J.R. PARTELI, José S. ANDRADE JR et Hans J. HERRMANN : Transverse instability of dunes. *Physical review letters*, 107(18):188001, 2011.
- Eric J.R. PARTELI, Orencio DURÁN, Mary C. BOURKE, Haim TSOAR, Thorsten PÖSCHEL et Hans HERRMANN : Origins of barchan dune asymmetry : Insights from numerical simulations. *Aeolian Research*, 12(0):121 – 133, 2014. ISSN 1875-9637. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1875963713001018>.
- Lü PING, Clément NARTEAU, Zhibao DONG, Zhengcai ZHANG et Sylvain Courrech du PONT : Emergence of oblique dunes in a landscape-scale experiment. *Nature Geoscience*, 7, 2014. ISSN 1752-0894. URL <http://dx.doi.org/10.1038/ngeo2047>.
- Robin M. POPE et Edward S. FRY : Absorption spectrum (380–700 nm) of pure water. ii. integrating cavity measurements. *Appl. Opt.*, 36(33):8710–8723, Nov 1997. URL <http://ao.osa.org/abstract.cfm?URI=ao-36-33-8710>.
- K. PYE et H. TSOAR : *Aeolian Sand and sand Dunes*. 1990.
- Jean RAJCHENBACH : Rheology of dense granular materials : steady, uniform flow and the avalanche regime. *Journal of Physics : Condensed Matter*, 17(24):S2731, 2005. URL <http://stacks.iop.org/0953-8984/17/i=24/a=023>.
- William B. RAUEN, Binliang LIN et Roger A. FALCONER : Transition from wavelets to ripples in a laboratory flume with a diverging channel. *International Journal of Sediment Research*, 23(1):1 – 12, 2008. ISSN 1001-6279. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1001627908600013>.
- Meredith D. REITZ, Douglas J. JEROLMACK, Ryan C. EWING et Raleigh L. MARTIN : Barchan-parabolic dune pattern transition from vegetation stability threshold. *Geophysical Research Letters*, 37(19):n/a–n/a, 2010. ISSN 1944-8007. URL <http://dx.doi.org/10.1029/2010GL044957>.

Peter J. REMPEL : The Crescentic Dunes of the Salton Sea and their Relation to the Vegetation. *Ecology*, 17(3):pp. 347–358, 1936. ISSN 00129658. URL <http://www.jstor.org/stable/1931839>.

K. RICHARDS : The formation of ripples and dunes on an erodible bed . *Journal of Fluid Mechanics*, 99:597–618, 1980.

Hunter ROUSE : Modern conceptions of the mechanics of fluid turbulence. *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, 102(1):463–505, 1937.

Gerd SAUERMANN, Klaus KROY et Hans J. HERRMANN : Continuum saltation model for sand dunes. *Phys. Rev. E*, 64:031305, Aug 2001. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.64.031305>.

Gerd SAUERMANN, Pierre ROGNON, A. POLIAKOV et Hans J. HERRMANN : The shape of the barchan dunes of southern Morocco. *Geomorphology*, 36(1–2):47 – 62, 2000. ISSN 0169-555X. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0169555X00000477>.

V. SCHWÄMMLE et H. J. HERRMANN : A model of barchan dunes including lateral shear stress. *The European Physical Journal E*, 16(1):57–65, 2005. ISSN 1292-8941. URL <http://dx.doi.org/10.1140/epje/e2005-00007-0>.

Richard C. SELLEY : *Applied sedimentology*. Elsevier, 2000.

Albert SHIELDS : *Application of similarity principles and turbulence research to bed-load movement*. California Institute of Technology, 1936.

Andrey B. SHVIDCHENKO et Gareth PENDER : Flume study of the effect of relative depth on the incipient motion of coarse uniform sediments. *Water Resources Research*, 36(2):619–628, 2000. ISSN 1944-7973. URL <http://dx.doi.org/10.1029/1999WR900312>.

Mark SMITH, Damià VERICAT et Chris GIBBINS : Through-water terrestrial laser scanning of gravel beds at the patch scale. *Earth Surface Processes and Landforms*, 37(4):411–421, 2012. ISSN 1096-9837. URL <http://dx.doi.org/10.1002/esp.2254>.

John B. SOUTHARD : Experimental determination of bed-form stability. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, 19:423, 1991.

- B. SUMER, L. CHUA, N. CHENG et J. FREDSE : Influence of turbulence on bed load sediment transport. *Journal of Hydraulic Engineering*, 129(8):585–596, 2003. URL [http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(2003\)129:8\(585\)](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(2003)129:8(585)).
- B. SUMER, A. KOZAKIEWICZ, J. FREDSE et R. DEIGAARD : Velocity and concentration profiles in sheet-flow layer of movable bed. *Journal of Hydraulic Engineering*, 122(10):549–558, 1996. URL <http://ascelibrary.org/doi/abs/10.1061/%28ASCE%290733-9429%281996%29122%3A10%28549%29>.
- B. Mutlu SUMER et Mehmet. BAKIOGLU : On the formation of ripples on an erodible bed. *Journal of Fluid Mechanics*, 144:177–190, 1984.
- Brian J. TODD : Morphology and composition of submarine barchan dunes on the Scotian Shelf, Canadian Atlantic margin. *Geomorphology*, 67(3-4):487 – 500, 2005. ISSN 0169-555X. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0169555X0400306X>.
- Haim TSOAR : Dynamic processes acting on a longitudinal (seif) sand dune. *Sedimentology*, 30(4):567–578, 1983. ISSN 1365-3091. URL <http://dx.doi.org/10.1111/j.1365-3091.1983.tb00694.x>.
- Haim TSOAR et Dan G. BLUMBERG : Formation of parabolic dunes from barchan and transverse dunes along Israel's Mediterranean coast. *Earth Surface Processes and Landforms*, 27(11):1147–1161, 2002. ISSN 1096-9837. URL <http://dx.doi.org/10.1002/esp.417>.
- A.P. TUIJNDER, J.S. RIBBERINK et S.J.M.H. HULSCHER : An experimental study into the geometry of supply-limited dunes. *Sedimentology*, 2009.
- Alexandre VALANCE et Vincent LANGLOIS : Ripple formation over a sand bed submitted to a laminar shear flow. *Eur. Phys. J. B*, 43:283–294, 2005.
- L.C. VAN RIJN : Sediments transport, Part II/ Suspended Load Transport. *Journal of Hydraulic Engineering*, 110(12):1733–1754, 1984.
- Zhen-Ting WANG, Shi-Chen TAO, Yao-Wen XIE et Guang-Hui DONG : Barchans of Minqin : Morphometry. *Geomorphology*, 89(3-4):405 – 411, 2007. ISSN 0169-555X. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0169555X07000098>.

- Zhen-Ting WANG, Jia-Wu ZHANG, Qian-Hua ZHANG, Ming-Rui QIANG, Fa-Hu CHEN et Yu-Quan LING : Barchans of Minqin : Sediment transport. *Geomorphology*, 96 (1-2):233 – 238, 2008. ISSN 0169-555X. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0169555X07003571>.
- Giles F.S. WIGGS : Desert dune processes and dynamics. *Progress in Physical Geography*, 25(1):53–79, 2001. URL <http://ppg.sagepub.com/content/25/1/53.abstract>.
- I.G. WILSON : Ergs. *Sedimentary Geology*, 10(2):77 – 106, 1973. ISSN 0037-0738. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0037073873900018>.
- K. WILSON : Rapid increase in suspended load at high bed shear. *Journal of Hydraulic Engineering*, 131(1):46–51, 2005. URL [http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(2005\)131:1\(46\)](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(2005)131:1(46)).
- Miguel WONG et Gary PARKER : Reanalysis and correction of bed-load relation of meyer-peter and müller using their own database. *Journal of Hydraulic Engineering*, 132(11):1159–1168, 2006.
- D.G. WREN, R.A. KUHNLE et C.G. WILSON : Measurements of the relationship between turbulence and sediment in suspension over mobile sand dunes in a laboratory flume. *Journal of Geophysical Research*, 112, 2007.
- Russell B. WYNN, Douglas G. MASSON et Brian J. BETT : Hydrodynamic significance of variable ripple morphology across deep-water barchan dunes in the Faroe–Shetland Channel. *Marine Geology*, 192(1–3):309 – 319, 2002. ISSN 0025-3227. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0025322702005613>.
- Russell B. WYNN et Dorrik A.V. STOW : Classification and characterisation of deep-water sediment waves. *Marine Geology*, 192(1–3):7 – 22, 2002. ISSN 0025-3227. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0025322702005479>.
- Deguo ZHANG, Clément NARTEAU, Olivier ROZIER et Sylvain Courrech du PONT : Morphology and dynamics of star dunes from numerical modelling. *Nature Geoscience*, 5(7):463–467, 2012.
- Deguo ZHANG, Clément NARTEAU et Olivier ROZIER : Morphodynamics of barchan and transverse dunes using a cellular automaton model. *Journal of Geophysical Research : Earth Surface*, 115(F3), 2010. ISSN 2156-2202. URL <http://dx.doi.org/10.1029/2009JF001620>.

Table des figures

1.1	Images satellites de dunes éoliennes	6
1.2	Dos de dune couvert de rides éoliennes, désert du Mojave, Californie. . .	6
1.3	Diagramme schématique des formes sédimentaires	8
1.4	Diagramme schématique des formes sédimentaires	8
1.5	Diagramme de Shields	13
1.6	Régime de transport de gravier dans l'eau	15
1.7	Schéma de la saltation	16
2.1	Schéma d'une section de dune	23
2.2	Taux de capture en fonction de la hauteur d'après Momiji	25
2.3	Schéma simplifié du taux de capture avec la hauteur de la dune	26
2.4	Représentations graphiques de $T_e(h)$	27
2.5	Flux de transferts latéraux de sédiment sur une section de dune.	28
2.6	Schéma du bilan de masse sur une section de dune	29
2.7	Schéma dune transverse perturbée	32
2.8	Courbes de dispersion	36
2.9	Diagramme de stabilité de la dune transverse.	39
2.10	Évolution temporelle d'une grande dune transverse	48
2.11	Évolution temporelle d'une petite dune transverse	49
2.12	Temps de fragmentation d'une dune transverse rectiligne	51
2.13	Reconstruction linéaire de la crête de la dune	53
2.14	Barkhanes avec un taux de capture constant	57
2.15	Barkhane avec un taux de capture linéaire	58
2.16	Barkhanes obtenues par résolution numérique	60
2.17	Vitesse d'avancée d'une barkhane	61
2.18	Largeur d'une barkhane	62
2.19	Flux en sortie d'une barkhane	63

2.20	Schéma d'une barkhane symétrique.	65
2.21	Sites d'étude de la Pampa de Joya, Pérou	69
2.22	Profils de protodune et de dunes	72
2.23	Profils de dunes du Maroc	74
2.24	Vitesse et coefficients de diffusion des barkhanes du Pérou	75
2.25	Schéma du dispositif expérimental	77
2.26	Évolution d'une dune transverse rectiligne en chenal hydraulique	80
2.28	Temps moyen de fragmentation et longueur d'onde à la fragmentation	82
2.29	Vitesse et longueur des barkhanes en fonction de leur hauteur	83
3.1	Schéma du chenal expérimental	90
3.2	Répartition granulométrique	91
3.3	Diagramme Shields Reynolds particulière	93
3.4	Correction de la réfraction du faisceau laser	97
3.5	Grille d'altitude et spectre de transformée de Fourier 2D	100
3.6	Évolution temporelle de la longueur d'onde obtenue par FFT2D	101
3.7	Photos du piège	103
3.8	Longueur de chute d'un grain	104
3.9	Efficacité du piégeage	105
3.10	Photographie du piège à sédiment en cours de remplissage	105
3.11	Masse érodée mesurée par les scans et par le piégeage	106
3.12	Perte de volume par érosion	107
3.13	Dunes et lit plat	108
3.14	Évolution temporelle du lit sédimentaire ($Q_e=91$ L/min)	109
3.15	Évolution temporelle du lit sédimentaire ($Q_e=132$ L/min)	110
3.16	Évolution typique de la longueur d'onde et de l'amplitude	111
3.17	Caractéristiques de la morphologie du lit ($h_e=37$ mm)	112
3.18	Caractéristiques de la morphologie du lit ($d=200$ μ m)	113
3.19	Diagramme spatio-temporel de la hauteur moyenne du lit	115
3.20	Flux de sédiments totaux en fonction de $Sh_0 - Sh_c$	116
3.21	Flux de sédiments totaux en fonction de $Sh_0 - Sh_c$ ($d=200$ μ m)	117
3.22	Perte de charge dans le chenal	119
3.23	Masse perdue par le chenal en fonction du temps.	120
3.24	Flux sédimentaire	121
A.1	Schéma du recouvrement entre deux sections de dunes voisines.	135

<i>Table des figures</i>	183
D.1 Schéma optique de la double réfraction du faisceau laser	148

Liste des tableaux

1.1	Transport de sédiment selon le nombre de Rouse	15
2.1	Estimation des paramètres du modèle à partir de données de terrain . .	71
2.2	Corrélation linéaire entre les coefficients de diffusion et la hauteur des dunes	73
2.3	Paramètres expérimentaux de l'écoulement	79
3.1	Conditions des expériences dont la morphologie est analysée par le lidar.	94
D.1	Indice optique des différents milieux rencontrés par le faisceau laser . .	148

Résumé

Un écoulement fluide (air ou liquide) au-dessus d'un matériau granulaire induit, au-delà d'un seuil, un transport de grains qui peut conduire à la formation de dunes. Dans une première partie, nous étudions la morphodynamique des dunes éoliennes. Grâce à une modélisation simplifiée des transports de sédiment, la description de la dynamique d'une dune formée sur un fond plat non-érodable sous un écoulement unidirectionnel peut se réduire à un système d'équations différentielles couplées du premier ordre. Le modèle développé permet d'identifier les mécanismes qui influencent la stabilité linéaire d'une dune transverse rectiligne. Lorsque la diffusion latérale de sédiment sur la face amont est dominante devant celle sur la face aval, notre modèle prédit la stabilité de la dune transverse. Lorsque la dune transverse est instable, elle se fragmente en dunes en forme de croissant, appelées barchanes. Grâce aux caractéristiques morphologiques des dunes éoliennes issues des données de terrain, les paramètres macroscopiques qui influencent la stabilité sont déterminés. Dans une seconde partie, nous analysons l'influence de la présence de formes sédimentaires aquatiques sur les modes de transport de sédiment (charriage ou suspension). Des expériences en chenal hydraulique permettent de suivre la déstabilisation d'un lit plat de sédiment par un écoulement unidirectionnel. Le suivi de la morphologie du fond ainsi que le piégeage différencié des modes de transport de sédiment permettent de mettre en avant que l'apparition et la croissance de dunes s'accompagnent d'une augmentation du transport de sédiment.

Abstract

Above a threshold, a flow (of liquid or air) over a granular bed leads to grain transport, that can induce dune formation. In the first part of this thesis, we study the morphodynamics of aeolian dunes. With a simplified sediment transport model, the description of the dynamics of a dune formed on a non-erodible bed under unidirectional flow is reduced to a system of first order coupled differential equations. With this model, we identify the mechanisms that influence the linear stability of a rectilinear transverse dune. When lateral sediment diffusion on the upwind side of the dune prevails over the downwind side diffusion, our model predicts transverse dune stability. When the transverse dune is unstable, it breaks into crescent-shaped dunes called barchan dunes. With morphological characteristics of aeolian dunes taken from field data, macroscopic parameters influencing the dune stability are calculated. In the second part, we analyze the effect of aquatic bedforms on the mode of sediment transport (bedload or suspension). With flume experiments we follow the destabilization of a flat sediment bed under a unidirectional flow. Recorded bed morphology and differentiated trapping of sediment allow us to distinguish between bedload and suspension and to show that the dune formation and growth come along with an increase of sediment transport.